



UNIVERSITY OF NIŠ  
The scientific journal FACTA UNIVERSITATIS  
Series: **Mechanical Engineering** Vol.1, N° 6, 1999 pp. 753 - 763  
Editor of series: *Nenad Radojković*, e-mail: [radojkovic@ni.ac.yu](mailto:radojkovic@ni.ac.yu)  
Address: Univerzitetski trg 2, 18000 Niš, YU  
Tel: +381 18 547-095, Fax: +381 18 547-950  
<http://ni.ac.yu/Facta>

## GRENZEN DER ERFÜLLBARKEIT DYNAMISCHER FORDERUNGEN BEI DIMENSIONIERUNG VON SCHRAUBENFEDERANTRIEBEN

*UDC 53.085.5, 625.73*

**Nenad D. Pavlović**

Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš,  
Beogradska 14, 18000 Niš, Yugoslavia

**Abstract.** *Federn werden seit langem auch als Antriebs Elemente eingesetzt. Dabei sind sie stets mit bewegungsfähig angeordneten Bauteilen gekoppelt und sollen eine bestimmte Masse in vorgeschriebener Zeit auf definierten Bahnen unter dem Einfluß von Bewegungswiderständen verlagern. In dem vorliegenden Beitrag werden die Antriebe mit linearer Bewegungsdifferential-gleichung behandelt. Bevor ein Rechenprogramm für die Dimensionierung einer Schraubenfeder eingesetzt wird, sollte sich der Konstrukteur einen Überblick darüber verschaffen, ob die Erfüllung der gestellten Forderungen möglich ist. In dem vorliegenden Beitrag werden deshalb die Grenzen der Erfüllbarkeit dynamischer Forderungen definiert.*

**Key words:** *Antrieb, Schraubenfeder, Grenze.*

### 1. EINLEITUNG

Die Schraubenfedern werden meist zur Erzeugung von diskontinuierlichen Translationsbewegungen von mechanischen Bauteilen oder Baugruppen in Maschinen und Geräten eingesetzt (Bild 1). Ein großer Vorteil liegt darin, daß eine gespannte Feder zu einem beliebigen Zeitpunkt "bedarfsgesteuert" ausgelöst werden kann. Hinzu kommt, daß Federn relativ viel Energie je Raumeinheit speichern und die gespeicherte Energie in sehr kurzer Zeit abgeben können. Die aus mehreren objektiven Gründen heraus gegebene Notwendigkeit, Arbeits-geschwindigkeiten von technischen Bewegungsvorgängen zu steigern, verlangt die Frage nach den funktionellen Grenzen der Einsatzmöglichkeiten zu stellen.

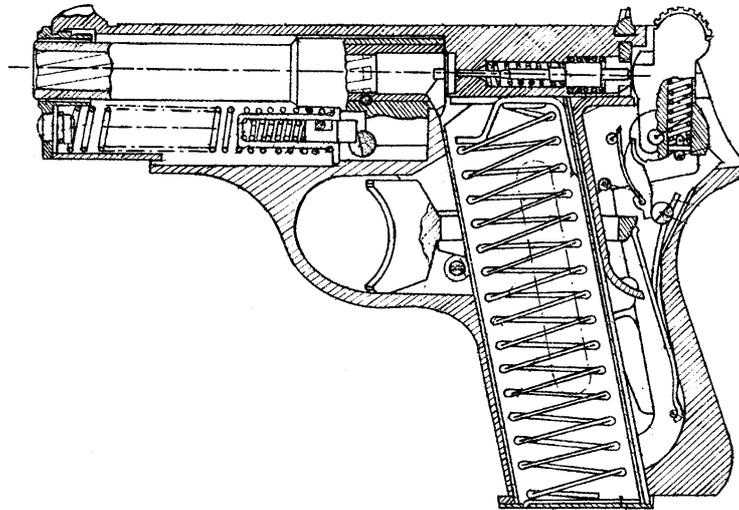


Bild 1. Die Antriebsfedern einer Pistole

Ausgangspunkt der funktionsgerechten Dimensionierung von Antriebsfeder bildet die Bewegungsgleichung des Antriebs und der daraus durch Integration gewonnenen Weg-Zeit-Funktion. Die in diesen Gleichungen enthaltenen Federgrößen sind so zu bestimmen, daß der entworfene Antrieb den Bewegungs-, Belastungs-, Festigkeits-, konstruktiven und technologischen Forderungen der jeweiligen antriebs-technischen Aufgabenstellung gerecht wird. Dabei hängt die anzuwendende Dimensionierungsstrategie vom Typ des Antriebs und der Art der Antriebsfeder ab. Der Entwurf von Antrieben mit linearer Bewegungsdifferentialgleichung ist durch direkte, explizite Berechnung der Federabmessungen möglich. Auf der Basis der bekannten Modellen werden die originelle Vorgehensweise bei der Bemessung von Schrauben-, Schenkel-, Spiral- und Blatt- als Antriebsfedern entwickelt [1], [2], [3] und die entsprechende FORTRAN-Rechenprogramme sowohl für die standardgerechte als auch für die nichtstandardisierte Federn erarbeitet [4]. Die Federeigenmasse wird in diese Rechenprogramme einbezogen weil in der Feinwerktechnik in zunehmendem Maße konstruktive Lösungen mit relativ kleiner anzutreibender Masse anzutreffen sind. Die experimentelle Untersuchung-en an den Labormustern haben die Berechnungsmodellen bestätigt.

## 2. GRUNDLAGEN DER DIMENSIONIERUNG

Für den Antrieb nach Bild 2. mit ruhender Federachse und statischer als auch dynamischer Belastungskombination schreibt die Bewegungsforderung vor, daß die anzutreibende Masse  $m_A$  in der Zeit  $t_B$  den Weg  $s_B$  zurücklegt. Unter dieser Voraussetzung leitet sich aus dem Bewegungsgesetz des Antriebs die Dimensionierungsbedingung:

$$s_B = s_{A1} (1 - \cos \omega_0 t_B) \quad (1)$$

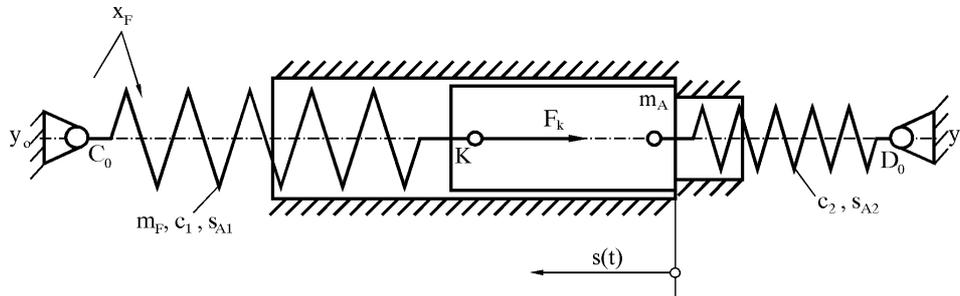


Bild 2. Schraubenfederantrieb mit ruhender Federachse

Wird die Federkonstante der Antriebsfeder mit  $c_1$ , die der Gegenfeder (oder einer anderen wegproportionalen Gegenkraft) mit  $c_2$  bezeichnet, und wird noch eine konstante Gegenkraft  $F_k$  zugelassen, so folgt für die Auslenkung des Systems:

$$s_A = \frac{c_1 s_{A1} - (c_2 s_{A2} + F_k)}{c_1 + c_2} \quad (2)$$

Mit  $c_2/c_1 = \beta_c$  und  $m_A/m_F = \beta_m$  geht die Eigenwertgleichung der längsschwingenden massebehafteten Schraubenfeder über in:

$$\beta_m \lambda_0 - \frac{\beta_c}{\lambda_0} = \text{ctg } \lambda_0 \quad (3)$$

$\lambda_0$  – Eigenwert der Grundschwingung bei Berücksichtigung der Federeigenmasse.

Sowohl in Anfangsauslenkung  $s_{A1}$  wie in Eigenkreisfrequenz der Grundschwingung  $\omega_0$  treten die Federabmessungen auf:

$$s_{A1} = \frac{D_m^2 \pi n}{G d} \tau_{A1} \quad (4)$$

$$\omega_0 = \lambda_0 \sqrt{\frac{c_1}{m_F}} = \lambda_0 \sqrt{\frac{G}{2 \rho}} \frac{d}{D_m^2 \pi n} \quad (5)$$

$D_m$  – mittlerer Windungsdurchmesser der Feder [mm],

$n$  – Anzahl der federnden (aktiven) Windungen,

$d$  – Drahtdurchmesser [mm],

$\tau_{A1}$  – Schubspannung im Drahtquerschnitt bei Anfangsauslenkung [N/mm<sup>2</sup>].

Berücksichtigt man die Beziehungen (4) und (5) bei weiteren Ableitungen, dann ergibt sich nach umstellen der Dimensionierungsbedingung und Erweitern des Quotienten  $s_B/s_{A1}$  mit  $p = \omega_0 t_B$  die normierte Dimensionierungsgleichung [1], [2], [3]:

$$\frac{k_1 p}{k_2 p - 1} = \cos p - 1. \quad (6)$$

Sie erfaßt in der Faktoren:

$$k_1 = \frac{\sqrt{2\rho G}}{\lambda_0 \tau_{A1}} \frac{s_B}{t_B} (\beta_c + 1) \quad (7)$$

$$k_2 = \frac{\sqrt{2\rho G}}{\lambda_0 \tau_{A1}} \frac{s_{A2} + F_k / c_2}{t_B} \beta_c \quad (8)$$

den Zusammenhang zwischen Bewegungs- und Belastungsgrößen sowie Werkstoffdaten. Mit der Lösung der Gleichung (6) wird der Arbeitspunkt  $p$  des Antriebs festgelegt, aus dem sich dann die Abmessungen der Feder ergeben. Die Lösung von (6) kann numerisch oder grafisch wie im Bild 3. erfolgen.

Schnittpunkte der Hyperbel (---) mit der Kosinusfunktion (—), die unmittelbar den Bewegungsverlauf des Antriebsvorganges wiedergibt, sind Lösungen für  $p$ . Man muß beachten, daß im Bereich  $\pi/2 < p < \pi$  die Feder bereits wieder potentielle Energie aufnimmt und die Bewegung verzögert wird. Lösungen aus diesem Bereich gestatten zwar die Endgeschwindigkeit ( $v_B$ ) beliebig klein zu halten, sie zwingen aber auch zur festen Kopplung von Feder und anzutreibende Masse und sogar zu einer Endarretierung (sofern nach dem Bewegungsvorgang eine Rastphase eintreten soll).

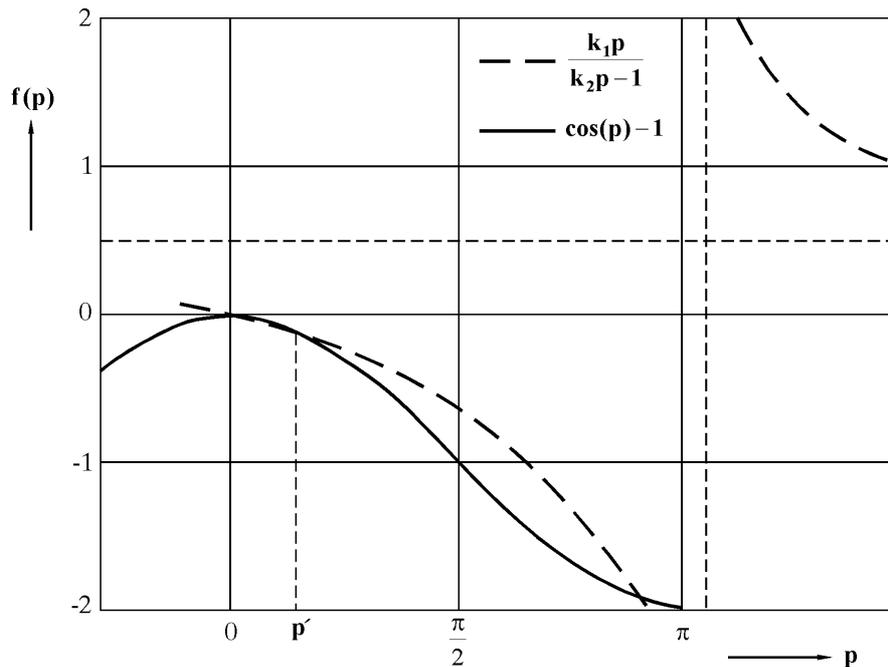


Bild 3. Grafische Lösung der Dimensionierungsgleichung (6)

## 3. GRENZEN DER ERFÜLLBARKEIT DYNAMISCHER FORDERUNGEN

Bevor ein Rechenprogramm für die Dimensionierung einer Schraubenfeder eingesetzt wird, sollte sich der Konstrukteur einen Überblick darüber verschaffen, ob die Erfüllung der gestellten Forderungen möglich ist. In der Literatur werden nur die Grenzen der Erfüllbarkeit dynamischer und konstruktiver Forderungen für rein beschleunigungsabhängigen Belastungsfall, wenn nur die Trägheitskräfte wirksam sind, behandelt. Bezieht man außer der dynamischen Belastung noch eine wegproportionale statische Gegenkraft mit ein, werden die Zusammenhänge erheblich unübersichtlicher. In dem vorliegenden Beitrag werden die Grenzen der Erfüllbarkeit dynamischer Forderungen für diesen Belastungsfall behandelt.

Will man den Bereich  $\pi/2 < p < \pi$  und damit die zusätzlichen konstruktiven Maßnahmen meiden so muß:

$$\frac{k_1 \frac{\pi}{2}}{k_2 \frac{\pi}{2} - 1} \geq -1 \quad (9)$$

sein. Aus (9) folgt für den Grenzfall:

$$k_1 + k_2 = \frac{2}{\pi} \quad (10)$$

Mit den Substitutionen für die in der Aufgabenstellung geforderten mittleren Geschwindigkeit  $v_m = \frac{s_B}{t_B}$  und:  $i = \frac{s_{A2} + F_k / c_2}{t_B}$  folgt aus (7) und (8) mit (10):

$$\frac{\sqrt{2} \rho G}{\lambda_0 \tau_{A1}} \cdot [v_m (\beta_c + 1) + i \beta_c] = \frac{2}{\pi} \quad (11)$$

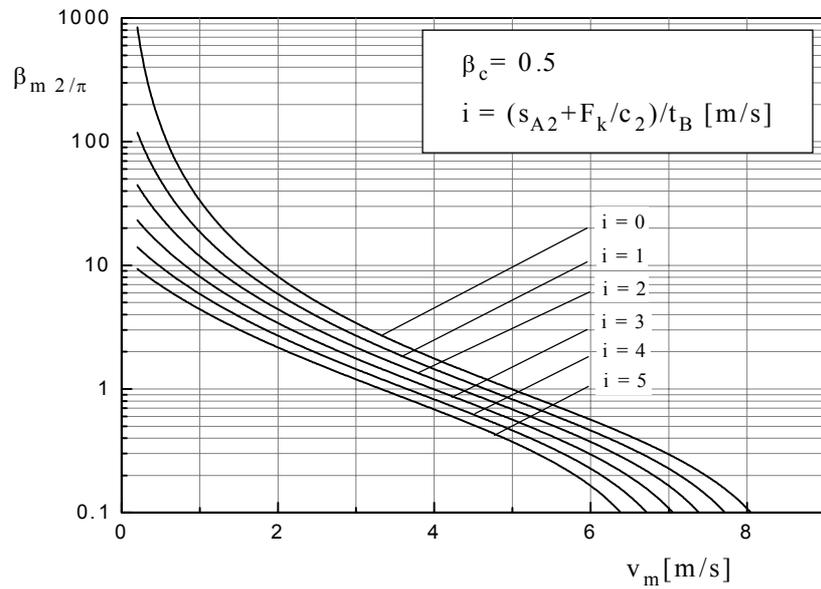
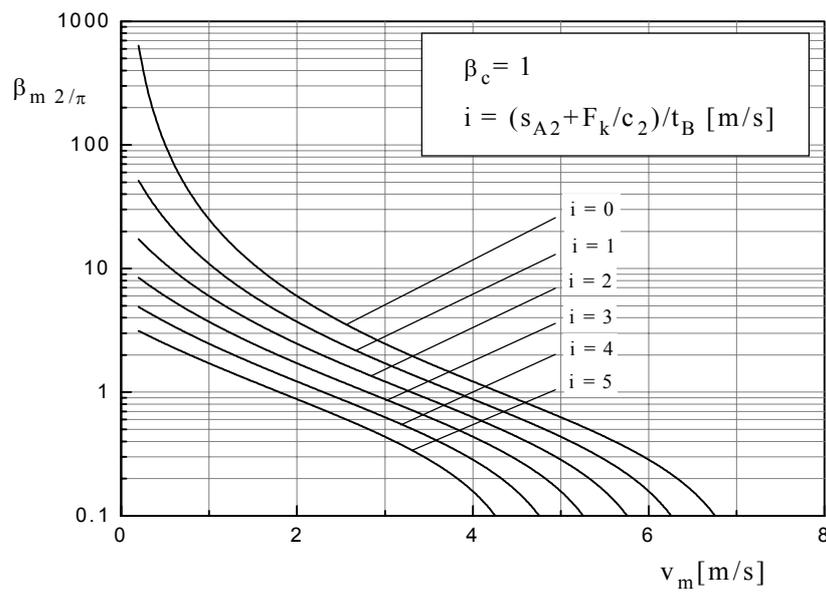
An dieser Grenze gilt deshalb auch eine eindeutige Beziehung zwischen dem Eigenwert  $\lambda_0$  und den Größen der mittleren Geschwindigkeit  $v_m$ , des Federsteifenverhältnisses  $\beta_c$ ,  $s_{A2}$ ,  $c_2$  und  $F_k$ , sofern die Werkstoffdaten  $G$ ,  $\rho$  und  $\tau_{A1}$  als bekannt vorausgesetzt werden:

$$\lambda_{0\ 2/\pi} = \frac{\sqrt{2} \rho G}{2 \tau_{A1}} \pi \cdot [v_m (\beta_c + 1) + i \beta_c] \quad (12)$$

Für den Grenzwert  $\lambda_{0\ 2/\pi}$  bestimmt die Eigenwertgleichung (3) auch eine Grenzwert  $\beta_{m\ 2/\pi}$  des Massenverhältnisses. Aus der Gleichungen (3) und (12) folgt für  $G = 81400 \text{ N/mm}^2$ ,  $\rho = 7,85 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$  und  $\tau_{A1} = 400 \text{ N/mm}^2$ :

$$\beta_{m\ 2/\pi} = \frac{ctg \{0,1404[v_m \cdot (\beta_c + 1) + i \cdot \beta_c]\}}{0,1404[v_m \cdot (\beta_c + 1) + i \cdot \beta_c]} + \frac{\beta_c}{\{0,1404[v_m \cdot (\beta_c + 1) + i \cdot \beta_c]\}^2} \quad (13)$$

Entsprechende Grenzwertkurven  $\beta_{m\ 2/\pi}(v_m, \beta_c, s_{A2}, c_2, F_k)$  werden in Bildern 4,5,6 und 7 dargestellt.

Bild 4. Grenzwertkurven für  $\beta_m 2/\pi$  bei ZugfedernBild 5. Grenzwertkurven für  $\beta_m 2/\pi$  bei Zugfedern

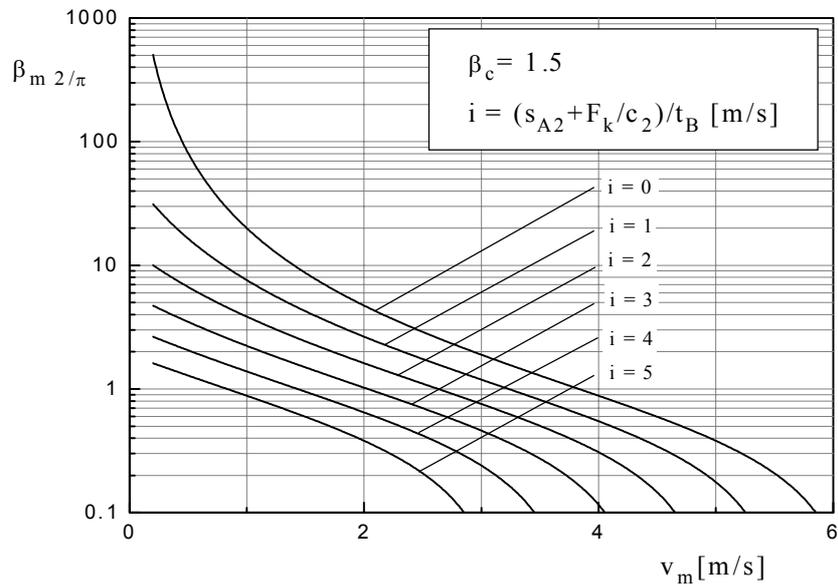


Bild 6. Grenzwertkurven für  $\beta_m 2/\pi$  bei Zugfedern

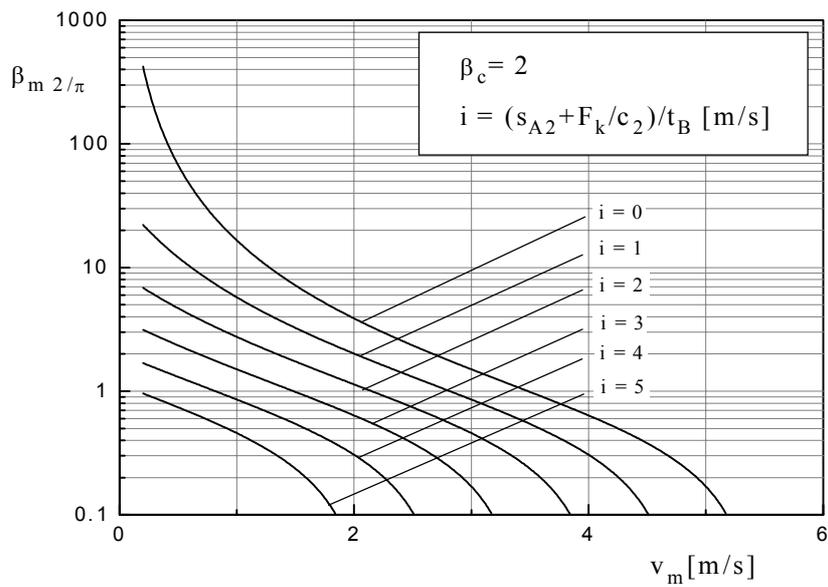


Bild 7. Grenzwertkurven für  $\beta_m 2/\pi$  bei Zugfedern

Für die Lösung von (6) sind  $\beta_m$  und  $\beta_c$  zunächst anzunehmen. Die Grenzwertkurven in Bildern 4, 5, 6 und 7 geben dem Konstrukteur darüber Aufschuß, welches Massenverhältnis bei in der Aufgabenstellung geforderten Werten für  $s_B$ ,  $t_B$ ,  $s_{A2}$ ,  $c_2$  und  $F_k$

und angenommene  $\beta_c$  noch zulässig ist, um die zusätzliche konstruktive Maßnahmen zu meiden.

Eine absolute Grenze der Lösung von Dimensionierungsgleichung (6) ist erreicht, wenn die Hyperbel (Bild 3) die Kosinusfunktion tangiert. Dieser Grenzfall liefert die Grenzwerte für die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$ , die nicht überschritten werden können. Die gegenseitige Abhängigkeit dieser Grenzwerte ist im Bild 8 dargestellt.

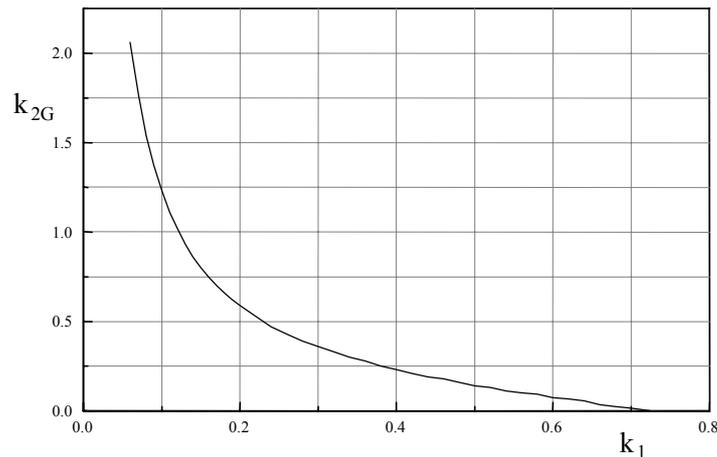


Bild 8. Grenzwertkurve für die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$

Die Kombination der Grenzwerte für die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$  (7),(8):

$$\frac{\sqrt{2\rho G}}{k_{1G} \cdot \tau_{A1}} \cdot v_m \cdot (\beta_c + 1) = \frac{\sqrt{2\rho G}}{k_{2G} \cdot \tau_{A1}} \cdot i \cdot \beta_c \quad (14)$$

bestimmt die Grenzwerte des Federsteifenverhältnisses:

$$\beta_{cG} = \frac{k_{2G} \cdot v_m}{k_{1G} \cdot i - k_{2G} \cdot v_m} \quad (15)$$

Der Wert des Nenners sollte positiv sein, um der Wert für  $\beta_{cG}$  positiv zu sein.

An dieser Grenze gilt auch eine eindeutige Beziehung zwischen dem Eigenwert  $\lambda_{0G}$  und den Größen der mittleren Geschwindigkeit  $v_m$ , des Federsteifenverhältnisses  $\beta_c$ ,  $s_{A2}$ ,  $c_2$  und  $F_k$ . Für die Grenzwerte  $\lambda_{0G}$  bestimmt die Eigenwertgleichung (3) auch die Grenzwerte  $\beta_{mG}$  des Massenverhältnisses. Die entsprechende Grenzwertkurven in Bildern 9, 10, 11 und 12 stellen demnach eine absolute Grenze für die Erfüllbarkeit der Bewegungs- und Belastungsforderungen dar.

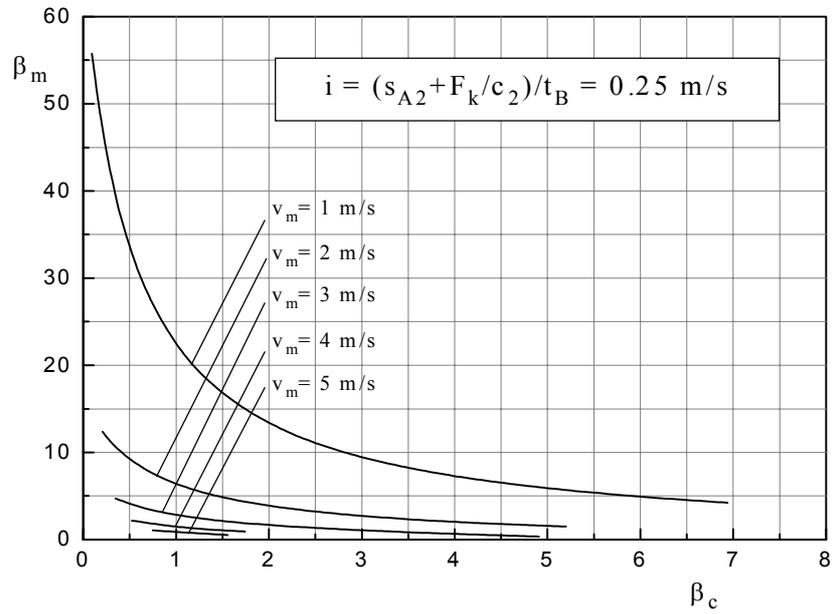


Bild 9. Absolute Grenzwertkurven für  $\beta_m$  bei Zugfedern

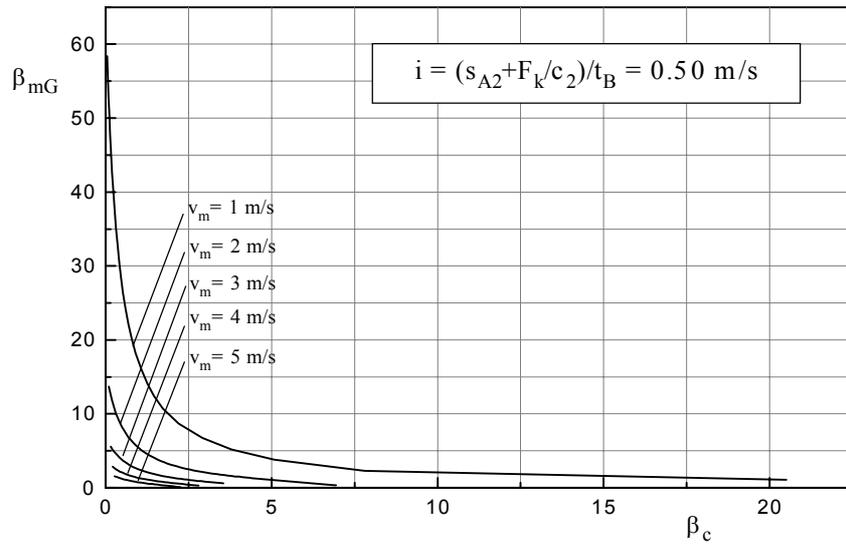
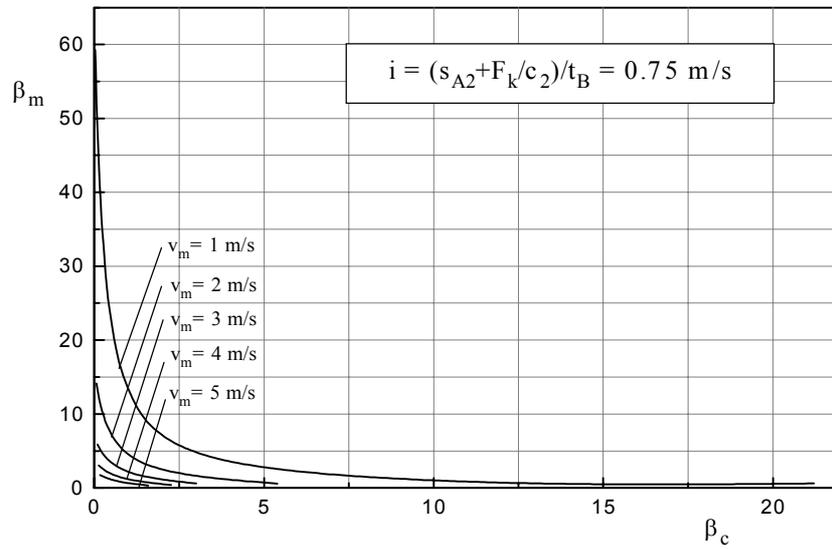
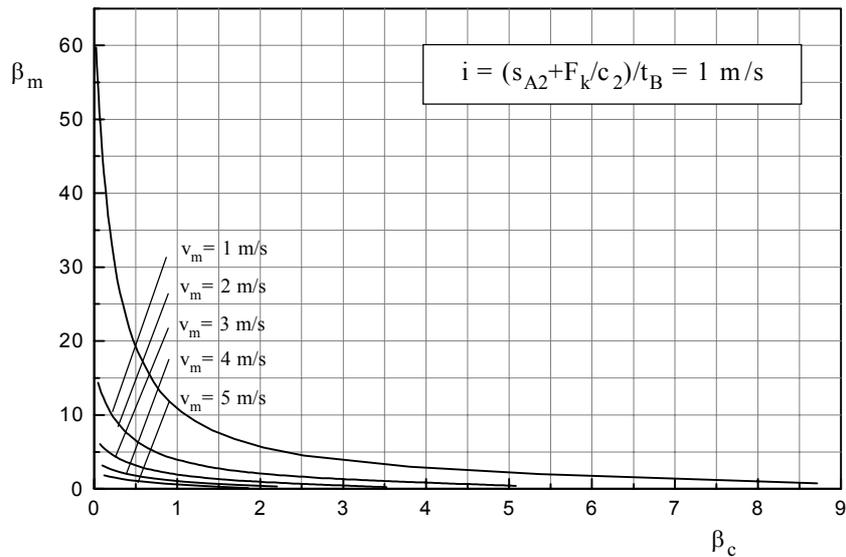


Bild 10. Absolute Grenzwertkurven für  $\beta_m$  bei Zugfedern

Bild 11. Absolute Grenzwertkurven für  $\beta_m$  bei ZugfedernBild 12. Absolute Grenzwertkurven für  $\beta_m$  bei Zugfedern

## REFERENCES

1. Autorenkollektiv, (1977), *Richtlinie für rechnergestützte Dimensionierung von Antriebsfedern*, AUTEVO – Informationsreihe Heft 11, Kombinat VEB Carl Zeiss, Jena.

2. Meissner, M., Wanke, K., (1988), *Handbuch Federn: Berechnung und Gestaltung im Maschinen- und Gerätebau*, VEB Verlag Technik, Berlin.
3. Schorcht, H.-J., (1979), *Beiträge zum Entwurf von Schraubenfederantrieben*, Dissertation, TH Ilmenau.
4. Pavlović, N.D., (1996), *Antriebsfedern*, Monographie, Fakultät für Maschinenwesen Niš, Niš, (in serbisch).

## **GRANICE OSTVARLJIVOSTI DINAMIČKIH ZAHTEVA PRI DIMENZIONISANJU CILINDRIČNIH ZAVOJNIH OPRUGA KAO POGONSKIH ELEMENATA**

**Nenad D. Pavlović**

*Opruge se već dugo koriste i kao pogonski elementi. Pri tome su uvek vezane za pokretne delove sklopa i treba da pomere određenu masu u zadanom vremenskom intervalu duž definisane putanje savladjujući otpore kretanja. U ovome radu su obradjeni pogoni sa linearnom diferencijalnom jednačinom kretanja. Pre nego predje na korišćenje nekog programa za dimenzionisanje cilindrične zavojne opruge, konstruktor treba da proveriti da li je uopšte moguće realizovati postavljene zahteve opružnim pogonom. U ovome radu su stoga definisane granice ostvarljivosti dinamičkih zahteva.*