



UNIVERSITY OF NIŠ

The scientific journal **FACTA UNIVERSITATIS**

Series: **Mechanics, Automatic Control and Robotics** Vol.2, No 7/2, 1997 pp. 575 - 581

Editor of series: *Katica (Stevanovi)* Hedrih, e-mail: katica@masfak.masfak.ni.ac.yu

Address: Univerzitetski trg 2, 18000 Niš, YU, Tel: (018) 547-095, Fax: (018)-547-950

<http://ni.ac.yu/Facta>

LAGERSCHWINGUNGEN BEI SODERFÄLLEN DER SPHÄRISCHEN GETRIEBEN

UDC:62-23;621.0

Života Živković

Die Fakultät für Maschinenbau, Universität Niš
Beogradska 14, 18000 Niš, Yugoslavia

Abstract. *Bearing points of the spheric mechanism with rigid elements on the elastic base are oscillating under the influence of the inertial forces acting on the sphere surface. Oscillations of the bearing points are represented by a second order differential equations system with periodically varying coefficients. These equations can be summarized in the form of the Atill's differential equations. The equations for the spheric mechanism can be deduced from the general equations assuming considerable simplifications.*

Key words: *spheric mechanism, oscillations, bearings*

1. EINLEITUNG

Das Streben nach höheren Drehzahlen bei Verarbeitungsmaschinen zwingt dazu, der Dynamik und den Schwingungen in periodischen Getrieben mehr Aufmerksamkeit zu widmen. Infolge der ungleichförmigen Uebersetzung in Kurbeltrieben entstehen periodisch wechselnde Massenkräfte, welche zu verschiedenartigen Schwingungen Anlaß geben können. So wurden bereits bei ebenen Kurbeltrieben Schwingungen des elastisch gelagerten Gestells, Biegungs- und Lagerschwingungen sowie auch die Torsionsschwingungen untersucht.

Ein Sonderfall der allgemeinen räumlichen Getriebe sind die sphärischen Getriebe (Bild 1). Die Drehachsen der einzelnen Getriebeglieder schneiden sich in einem festen Punkt, und die Glieder entsprechen Großkreisen auf einer Kugel mit dem Mittelpunkt O und einem beliebigen Radius R_k . Die sphärischen Gelenkgetriebe zeigen hinsichtlich ihrer Geometrie und ihres Bewegungsablaufes teils große Aehnlichkeit, in manchen Fällen sogar Uebereinstimmung mit den ebenen Getrieben (wenn man die Bewegungsgesetze von der Kugel durch Bildung des Grenzüberganges nach einem unendlich großen Kugelradius in die Ebene überführt), teils ergeben sich jedoch eigene

Zur Entwicklung der Bewegungsgesetze der Lagerpunkte sind die Lagrangeschen Gleichungen herangezogen werden. Ähnlich wie bei den ebenen Getrieben hat hier die Entwicklung zu einem gekoppelten System von vier Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit periodischen Koeffizienten geführt.

Mit Hilfe geeigneter Lösungsverfahren lassen sich diese Bewegungsgesetze auf Hillsche Differentialgleichungen zurückführen. Für Sonderfälle der Hillschen Differentialgleichung sind die Lösungen bekannt [2]. Es ist auch unter bestimmten Voraussetzungen möglich, gekoppelte Gleichungen dieser Art zu entkoppeln und damit einer Lösung zuzuführen.

In dieser Arbeit wird an einigen speziellen sphärischen Viergelenkketten gezeigt, wie sich aus den Formeln für das allgemeine Getriebe die Formeln für die Sonderfälle ableiten lassen.

2. SONDERFÄLLE

Aus der sphärischen Viergelenkkette können die gleichen Formen wie bei ebenen Getrieben entwickelt werden [4]. Außerdem kann man aus sphärischen Viergelenkgetrieben noch weitere Getriebeformen ableiten. Die Möglichkeit, alle Schubgelenke durch Drehgelenke zu ersetzen, führt in manchen Fällen zu wesentlichen Vereinfachungen der allgemeinen Formeln.

2.1. Sphärische Schubkurbel

Bei der sphärischen Schubkurbel wird der Punkt B (Bild 3) auf einem Großkreis der Kugel geführt. Diese Bewegung entspricht einer Geradföhrung in der Ebene. Das Schubgelenk B läßt sich durch ein Drehgelenk ersetzen, wobei nun die "Gliedlänge" $BB_0 = \pi/2$ gemacht werden muß.

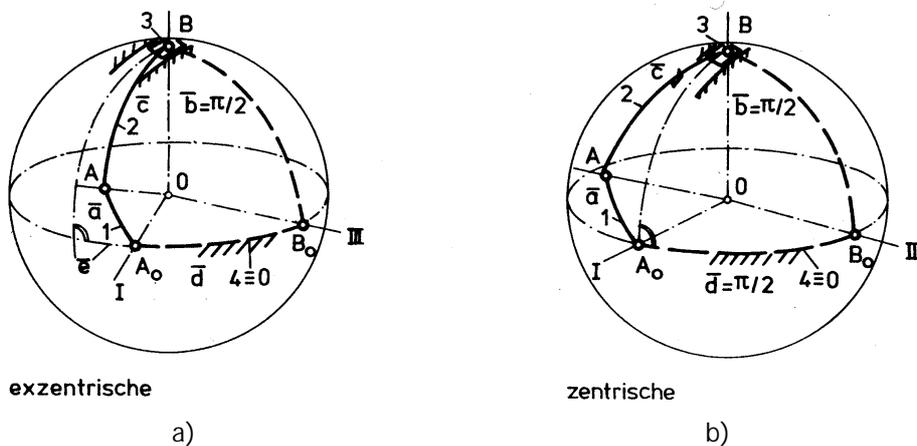


Bild 3. Sphärische Schubkurbel

Exzentrische Schubkurbel

Ist $BB_0 = \pi/2$ und die "Steglänge" d kleiner als $\pi/2$, so liegt eine exzentrische Schubkurbel mit der Exzentrizität $e = |b-d| = |\pi/2 - d|$ vor (Bild 3a). Das führt zu gewissen Vereinfachungen der Gleichungen, wobei aber die Störfunktionen ihre alte Form beibehalten.

Zentrische Schubkurbel

Macht man $e = |b - d| = 0$, d. h. es ist $b = d = \pi/2$, so erhält man die zentrische Schubkurbel (Bild 3b). Dadurch werden einige der Störgleichungen wesentlich vereinfacht. Der "neue" Steg hat jetzt die Form

$$d^+ = \frac{\pi}{2} + (\bar{x}_3 - \bar{x}_1)$$

und die Winkeländerungen (Bild 4) vereinfachen sich zu:

$$\varphi_{01} \approx \hat{y}_3 \quad \text{und} \quad \varphi_{03} \approx \hat{y}_1.$$

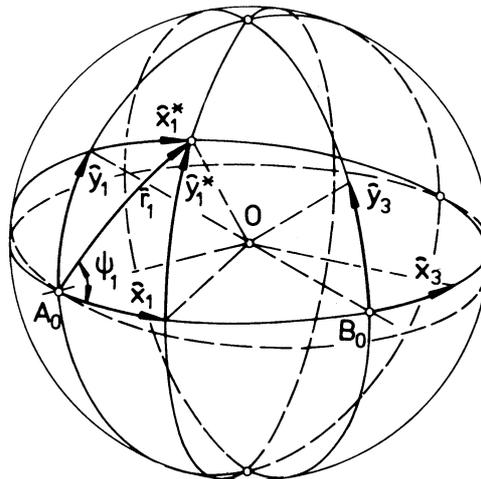


Bild 4. Koordinatensysteme

Die konstruktive Lösung der sphärischen Schubkurbel mit einem gekrümmten Gleitstein in B, welcher sich auf der kreisförmigen Führung bewegt, bietet weitere Vereinfachungen an. Der Schwerpunkt S_b wird jetzt mit dem Punkt B identisch.

Außerdem muß hier $\bar{x}_3 = \hat{y}_3 = 0$, gesetzt werden, so daß nun nur die Gleichungen für $q = (\bar{x}_1, \hat{y}_1)$ auftreten. Demzufolge wird jetzt $\varphi_{01} \approx 0$ und der "neue" Steg $d = \pi/2 - \bar{x}_1$.

2.2 Sphärische Kurbelschleife

Die Kurbelschwinge mit $b = \pi/2$ kann auch zu einer sphärischen, exzentrischen Kurbelschleife erster Bauform mit der Exzentrizität $s = |\pi/2 - c|$ führen.

Wählt man $c = \pi/2$, so entsteht die exzentrische Kurbelschleife zweiter Bauform mit der Exzentrizität $s = |\pi/2 - b|$. Wird bei den sphärischen Kurbelschleifen beider Bauformen die Exzentrizität $s = 0$, d. h. $b = c = \pi/2$, so entstehen schwingende, zentrische Kurbelschleifen erster bzw. Zweiter Bauform (Bild 5).

Eine ähnliche Entwicklung, von einer sphärischen Doppelkurbel ausgehend, liefert die umlaufende, zentrische Kurbelschleife beider Bauformen (Bild 6).

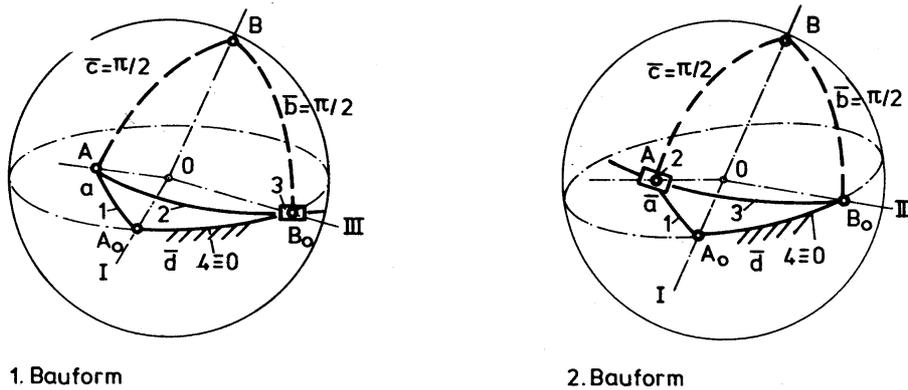


Bild 5. Schwingende nichtgeschränkte Kurbelschleife

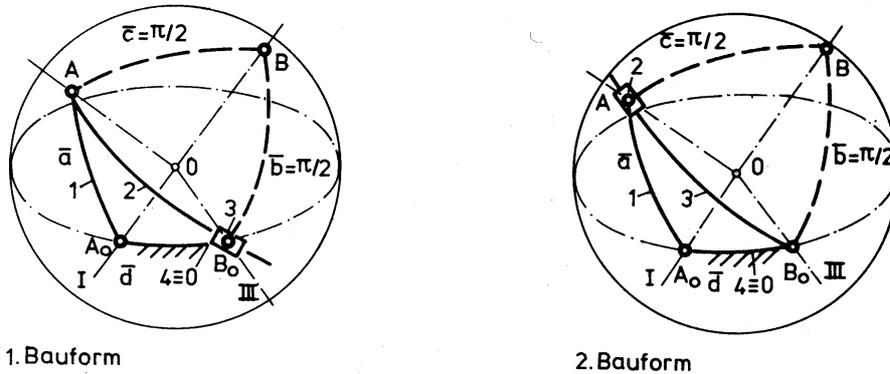


Bild 6. Umlaufende nichtgeschränkte Kurbelschleife

2.3 Die sphärische Kreuzschleife

Ersetzt man bei der zentrischen sphärischen Kurbelschleife der zweiten Bauform die Gleitstange durch einen Schieber, so erhält man die exzentrische Kreuzschleife (Bild 7a).

Bei der zentrischen Kreuzschleife wird neben $b = c = \pi/2$ noch $d = \pi/2$ (Bild 7b). Dies führt zu wesentlichen Vereinfachungen der Störgleichungen.

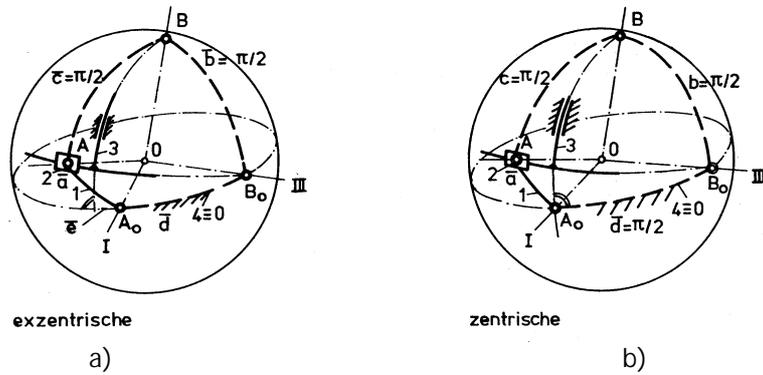


Bild 7. Sphärische Kreuzschleife

Es müssen zunächst \bar{x}_3 i \bar{y}_3 gleich Null gesetzt werden. Somit folgt der "neue" Steg als $d^+ = \pi/2 - \bar{x}_1$, und für die Winkeländerungen erhält man $\varphi_{01} \approx 0$ und $\varphi_{03} \approx -\bar{y}_1$.

Für die sphärische Kreuzschleife ist der Abtriebswinkel in der Form

$$\text{ctg } \beta = - \text{tg } a \sin \alpha$$

und für den Gegenwinkel $\bar{\beta}$ ergibt sich folgende Beziehung

$$\text{tg } \bar{\beta} = - \cos a \text{ ctg } \alpha.$$

2.4 Das Kreuzgelenk

Das eigentliche Kreuzgelenk, die rechtwinklige Doppelschleife, entsteht als Sonderform einer Doppelkurbel mit $a = b = c = \pi/2$ (Bild 8a).

Das Kreuzgelenk ist eines der am häufigsten verwendeten sphärischen Viergelenkgetriebe. Hier soll näher gezeigt werden, wie sich die entwickelten allgemeinen Formeln für eine der Bauformen (Bild 8b) des Kreuzgelenkes anwenden lassen.

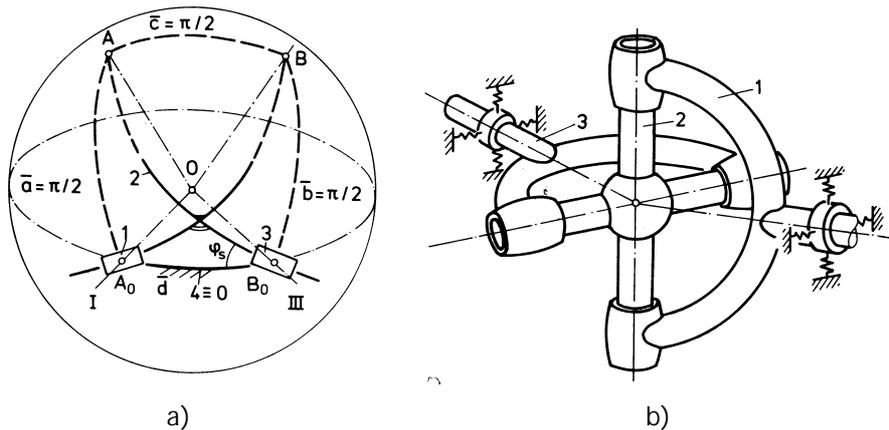


Bild 8. Kreuzgelenk (Rechtwinklige Dopplschleife)

Der "neue" Steg d^+ und die Winkeländerungen φ_{01} i φ_{03} behalten ihre allgemeine Form bei. Der Winkel φ_s der rechtwinkligen Doppelschleife (Bild 8a) läßt sich wie bekannt angeben:

$$\operatorname{tg} \varphi_s = -\frac{1}{\cos d} \operatorname{tg} \alpha .$$

Bei dem Kreuzgelenk wird der Abtriebswinkel β häufig von der Senkrechten zum Steg gerechnet. Um die Verbindung zu den allgemeinen Formeln beizubehalten, wurde die Winkelzählung nach Bild 1 beibehalten.

3. ZUSAMMENFASSUNG

Die Lagerpunkte A_0 i B_0 eines sphärischen Getriebes mit starren Gliedern und biegungselastischer An- und Abtriebswelle schwingen unter dem Einfluß der Massenkräfte auf er Kugeloberfläche.

Eine Berechnung über Koeffizientenmittelwerte lieferte als Ergebnis die Resonanzstellen, die eine Näherung für die Resonanzbrüche darstellen.

Aus den allgemein entwickelten Gleichungen lassen sich die Gleichungen für die Sonderfälle der sphärischen Getriebe herleiten. Dabei sind wesentliche Vereinfachungen zu verzeichnen.

SCHRIFTTUM

1. Živković Ž. (1970) *Lagerschwingungen bei sphärischen Getrieben*, Diss. TH Aachen.
2. Živković Ž. (1989) *Stabilität der Lagerschwingungen sphärischen Getrieben*, Mitteilungen zu Ehren vof Prof. dr. h. c. Todor Pantelić, Beograd.
3. Höhn E. (1995) *Über Stabilitätsgebiete Hilscher Differentialgleichungen*, Diss. TH Darstadt.
4. Meyer zur Capelen, W. G. Dittrich und B. Janssen (1966) *Systematik und Kinematik ebener und sphärischer Viergelenkgetriebe Forschungsbericht des Landes Noedrhein-Westfalen Nr 1611*, Köln und Opladen, Westdeutscher Verlag.

OSCILACIJE SPECIFIČNIH SFERNIH MEHANIZAMA

Života Živković

Ležišne tačke sfernog mehanizma sa krutim članovima na elastičnoj podlozi osciluju pod uticajem inercijalnih sila po površini sfere. Oscilacije ležišnih tačaka opisane su sistemom diferencijalnih jednačina drugog reda sa periodično promenljivim koeficijentima. Ove jednačine se mogu svesti na Hill-ove diferencijalne jednačine. Jednačine za specifične sferne mehanizme dobijaju se iz opštih jednačina uz znatna pojednostavljenja.

Ključne reči: sferni mehanizmi, oscilacije, ležišta.