

# Kanalkapazität vielpaariger symmetrischer Kupferkabel, Teil I: Nebensprechen als Störung

Christoph Lange und Andreas Ahrens

**Abstract:** Durch elektromagnetische Kopplungen zwischen den Aderpaaren eines Kupferkabels wird Nebensprechen verursacht, wobei das Nah- und das Fernnebensprechen unterschieden werden. Ausgehend von der Kanalkapazität eines frequenzabhängigen Kanals bei Rauschstörung (z. B. perfekt geschirmtes Einzelpaar) wird die Kanalkapazität von Aderpaaren innerhalb eines vielpaarigen Kabels als informationstheoretische Grenze für die übertragbare Datenrate berechnet, wenn Nah- und Fernnebensprechstörungen auftreten. Die Kapazität symmetrischer Aderpaare in bidirektional betriebenen Kabeln wird insbesondere durch das gegenüber dem Fernnebensprechen weitaus stärkere Nahnebensprechen reduziert. In unidirektional genutzten Kabeln hingegen tritt kein Nahnebensprechen auf und der begrenzende Einfluss der verbleibenden Fernnebensprechstörung auf die Kapazität nimmt mit steigender Kabellänge ab. Mit zunehmender Anzahl störender Aderpaare steigt der durch das Nebensprechen verursachte Kapazitätsverlust. In einem zweiten Teil dieses Beitrages wird die Kanalkapazität unidirektional betriebener Kabel berechnet, wenn die Fernnebensprechpfade als zusätzliche Nutzsignalpfade aufgefasst werden.

**Keywords:** Kupferkabel, Kanalkapazität, Nahnebensprechen, Fernnebensprechen.

## 1 Einführung

Für die hochratige leitungsgebundene digitale Datenübertragung im Weitverkehr stehen derzeit mit der vorwiegend Lichtwellenleiter-gestützten optischen Übertragungstechnik ausreichende Kapazitäten bereit. Im Zuge stetig steigender Nutzeranforderungen an die Datenübertragungsgeschwindigkeit ist deshalb oftmals die

---

Manuscript received January 17, 2006. Teile dieses Beitrages wurden auf den Konferenzen XXI Krajowe Sympozjum Telekomunikacji (KST) [1], Fifth Int. Conf. on Information, Communications and Signal Processing (ICICS) [2] sowie Int. Conf. on Advances in the Internet, Processing, Systems, and Interdisciplinary Research (IPSI) [3] präsentiert.

Die Autoren sind Mitarbeiter am Institut für Nachrichtentechnik und Informationselektronik der Universität Rostock, Bundesrepublik Deutschland (e-mails: [christoph.lange, andreas.ahrens]@uni-rostock.de).

Strecke von der Vermittlungsstelle bis zum Teilnehmer („letzte Meile“) eine Engstelle. Diese letzte, je nach geographischen Gegebenheiten wenige hundert Meter bis einige Kilometer lange Strecke wird durch die Ortsnetze überbrückt, deren Ortsanschluss- und Ortsverbindungskabel zum weitaus größten Teil vielpaarige, symmetrische Kupferkabel sind. Diese Kupfer-basierten Ortsnetze wurden ursprünglich zur analogen Fernsprechübertragung installiert und werden darüber hinaus seit einigen Jahrzehnten auch zur Übertragung digitaler Signale genutzt, da sie nahezu flächendeckend verfügbar sind [4]. Aus technischen und wirtschaftlichen Gründen ist die Kapazität vorhandener Kupfer-basierter Ortskabel möglichst vollständig auszuschöpfen und es sind geeignete und leistungsfähige Übertragungsverfahren zu entwerfen und zu optimieren, die die spezifischen Eigenschaften des Kupferkabels berücksichtigen. Um abschätzen zu können, ob eine (weitere) Optimierung lohnt, ist es wichtig zu ermitteln, inwieweit eine Steigerung der Übertragungsrate gegenüber etablierten Systemen möglich ist. Ein geeignetes Maß zur Beurteilung der erzielbaren Übertragungsrate ist die informationstheoretische Grenze Kanalkapazität [5], die eine obere Schranke für den maximal fehlerfrei übertragbaren Informationsfluss darstellt [6].

In typischen Ortskabeln sind viele symmetrische Kupfer-Aderpaare zusammengefasst, so dass durch elektromagnetische Kopplungen Beeinflussungen zwischen den einzelnen Aderpaaren entstehen, die als Nebensprechen bezeichnet werden [7–9]. Dabei werden das Nah- und das Fernnebensprechen unterschieden: Nahnebensprechen bezeichnet den Nebensprecheffekt, wenn sich (störender) Sender und Empfänger am gleichen Kabelende befinden; beim Fernnebensprechen befindet sich der störende Sender am entgegengesetzten Kabelende als der Empfänger. Diese Beeinflussung durch das Nebensprechen ist eine Störung, die auf das zu übertragende Nutzsignal in einem Aderpaar als Übertragungskanal mit jeweils einem Ein- und Ausgang (Single Input Single Output, SISO) einwirkt. Die Kanalkapazität von Kupferkabeln unter verschiedenen Randbedingungen wird für Störung durch Rauschen und/oder Nebensprechen beispielsweise in [5, 6, 10–12] behandelt.

Durch seinen Aufbau aus mehreren symmetrischen Aderpaaren ist ein Kabel (als Ganzes betrachtet) ein System mit mehreren Ein- und Ausgängen (Multiple Input Multiple Output, MIMO). Es erscheint deshalb vielversprechend zur Erhöhung der Kapazität, insbesondere das Fernnebensprechen nicht mehr als Störung sondern die Fernnebensprechwege ebenfalls als Nutzsignalübertragungswege aufzufassen, da Signalanteile zusätzlich zum direkten Weg über einen weiteren Weg auch vom nahen zum fernen Kabelende übertragen werden.

Beide Sichtweisen werden in diesem Beitrag herangezogen und gegenübergestellt: In diesem ersten Teil des Beitrages wird die Kanalkapazität von Kabeln bei Störung durch Nebensprechen und begrenzter mittlerer Sendeleistung als Vergleichsgrundlage berechnet und im anschließenden zweiten Teil [13] wird unter-

sucht, ob und inwieweit sich die Kapazität symmetrischer Kupferkabel bei konstanter mittlerer Sendeleistung steigern lässt, wenn der Anteil der Signalenergie, der durch das Fernnebensprechen wechselseitig auf benachbarte Aderpaare übergekoppelt wird, als Nutzsignal aufgefasst wird.

Dieser erste Teil des Beitrages gliedert sich wie folgt: Im Abschnitt 2 wird der Einfluss des Kabels auf das zu übertragende Signal mit dem Nebensprechen systemtheoretisch modelliert. Im Abschnitt 3 wird die Kanalkapazität bei frequenzabhängigem Kanal und Störung durch Rauschen abgeleitet, bevor im Abschnitt 4 die Kapazität eines Aderpaares innerhalb eines vielpaarigen Kabels bei Störung durch Rauschen und Nebensprechen ermittelt wird. Eine Zusammenfassung beschließt in Abschnitt 5 den ersten Teil des Beitrages. Im zugehörigen zweiten Teil [13] des Beitrages wird die Kanalkapazität von Aderpaaren bei Ausnutzung der Fernnebensprechewege berechnet und es werden die Kapazitäten von Kabelbündeln entsprechend beider Betrachtungsweisen verglichen.

## 2 Modellierung des Kabeleinflusses

### 2.1 Frequenzgang eines symmetrischen Aderpaares

Die Dämpfung einer Kupfer-Doppelader innerhalb eines Kabels steigt stark mit zunehmender Frequenz an und führt zu Signalverzerrungen. Dieser verzerrende Einfluss des Kabels auf das Nutzsignal wird durch die Übertragungsfunktion

$$G_k(f) = e^{-l\sqrt{j\frac{f}{f_0}}} \quad (1)$$

erfasst und kann durch

$$G_k(f) \approx \frac{1}{2} \frac{1}{\prod_{v=1}^{\infty} \left(1 + j\frac{f}{f_v}\right)} \quad \text{mit} \quad f_v = \frac{\pi^2 (2v-1)^2}{4l^2} f_0 \quad (2)$$

approximiert werden (mit der Kabellänge  $l$  (in km) und der von Material- und Isolationseigenschaften abhängigen Kabelkennfrequenz  $f_0$  (in MHz · km<sup>2</sup>)) [14].

### 2.2 Nebensprechen zwischen Aderpaaren

Nebensprechstörungen werden von Signalen anderer, vorwiegend im selben Kabelbündel geführter Doppeladern dadurch verursacht, dass unerwünscht elektrische Energie über die kapazitive und induktive Kopplung zwischen den Aderpaaren übertritt [7–9, 15]. Voraussetzung für das Nebensprechen in Kabeln ist, dass in einander benachbarten Aderpaaren Signale im selben Frequenzbereich oder zumindest in überlappenden Spektralbereichen übertragen werden. Die Auswirkungen

des Nebensprechens in Kabeln hängen vom verwendeten Isolationsmaterial, von der Geometrie und der Anordnung der Aderpaare innerhalb des Kabels sowie vom elektrischen Abschlusswiderstand der einzelnen Aderpaare ab [16]. In bidirektional genutzten vielpaarigen Ortskabeln (Einkabelbetrieb) treten sowohl Nah- als auch Fernnebensprechstörungen auf. Bild 1 zeigt schematisch, wie Nebensprechstörungen entstehen.

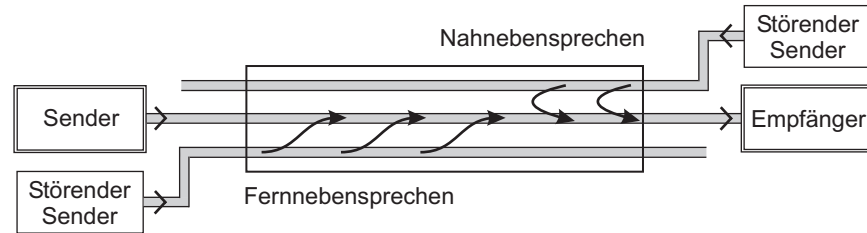


Bild 1. Entstehung der Nebensprechstörungen

**Nahnebensprechen.** Beim Nahnebensprechen befinden sich der Empfänger des Nutzsignals und der Sender des störenden Signals am gleichen Leitungsende. Den größten störenden Einfluss beim Nahnebensprechen hat das Störsignal, das sich dem über die gesamte Leitungslänge gedämpften Empfangsnutzsignal in kurzer Entfernung vor dem Empfänger überlagert, da es auf Grund des kurzen durchlaufenen Leitungsabschnittes lediglich schwach gedämpft wird [15]. Das Nahnebensprechen ist deshalb weitgehend unabhängig von der Leitungslänge. Im systemtheoretischen Modell eines Kabels mit Nebensprechen nach Bild 2 wird das Nahnebensprechen durch die Übertragungsfunktion  $G_N(f)$  mit

$$|G_N(f)|^2 = K_N \cdot f^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

erfasst, wobei  $K_N$  eine Kopplungskonstante für das Nahnebensprechen ist, die z. B. von der Anordnung der Aderpaare im Kabel und der Verseilgeometrie abhängt.

**Fernebensprechen.** Beim Fernnebensprechen befindet sich die Störquelle am gleichen Leitungsende wie der Sender des Nutzsignals [15]: Die Einkopplung des Störsignals erfolgt in kurzer Distanz nach dem Sender und über die gesamte Leitungslänge verteilt (s. Bild 1). In diesem Fall werden sowohl Nutz- als auch Fernnebensprechsignal über die gesamte Leitungslänge gedämpft: Das Fernnebensprechen hängt von der Kabellänge ab. Der Einfluss des Fernnebensprechens ist wegen der über die gesamte Länge wirksamen Leitungsdämpfung weitaus geringer als der

des Nahnebensprechens [4]. Die Fernnebensprechkopplung wird durch die Übertragungsfunktion  $G_F(f)$  mit

$$|G_F(f)|^2 = K_F \cdot l \cdot f^2 \quad (4)$$

beschrieben (s. Bild 2), wobei  $K_F$  die Kopplungskonstante für das Fernnebensprechen ist, die wiederum von Kabeleigenschaften abhängt.

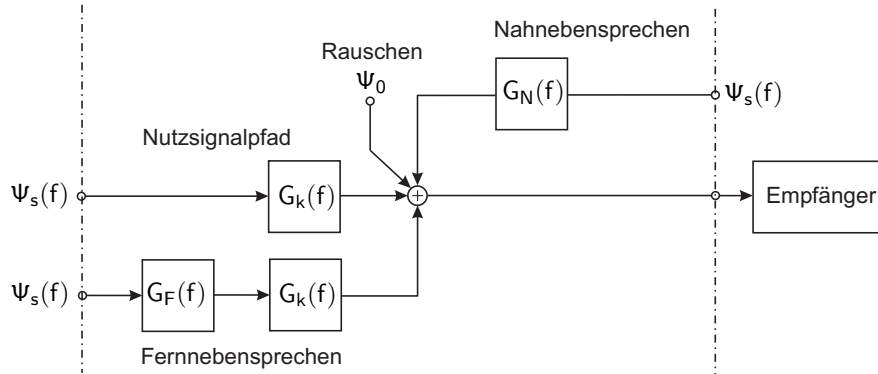


Bild 2. Modell des Kabels mit Nah- und Fernnebensprechen sowie Rauschstörung

### 2.3 Parameter für die weitere Rechnung

Für numerische Ergebnisse in diesem Beitrag wird ein Kabel – modelliert nach (1) – mit einem Leiterdurchmesser von 0,6 mm und damit eine Kabelkennfrequenz von  $f_0 = 0,178 \text{ MHz} \cdot \text{km}^2$  zu Grunde gelegt. Es werden beispielhaft mittlere Nebensprechkopplungskonstanten von

$$K_{N1} = 8,536 \cdot 10^{-15} \frac{1}{\text{Hz}^{3/2}} \quad \text{und} \quad K_{F1} = 2,6248 \cdot 10^{-17} \frac{1}{\text{Hz}^2 \cdot \text{km}} \quad (5)$$

für das Nah- und Fernnebensprechen verwendet, die durch Kabelmessungen bestimmt wurden [17] und die darüber hinaus in der Standardisierung von leitungsgebundenen Übertragungsverfahren verwendet werden [18].

Wird die Übertragung auf einem Aderpaar durch Nahnebensprechen von  $n_N$  in der Gegenrichtung betriebenen und/oder durch Fernnebensprechen von  $n_F$  in derselben Richtung genutzten benachbarten Aderpaaren gestört, so können die Nebensprechkopplungskonstanten in Übereinstimmung mit Messungen an Nachrichtenkabeln entsprechend

$$K_N = n_N^{0,6} \cdot K_{N1} \quad \text{und} \quad K_F = n_F^{0,6} \cdot K_{F1} \quad (6)$$

modifiziert werden. Dadurch wird berücksichtigt, dass die räumlich weiter vom betrachteten Aderpaar entfernt liegenden Aderpaare weniger zur Nebensprechstörung beitragen, als die unmittelbar benachbarten [17, 18].

In diesem Beitrag werden exemplarisch drei typische in Kabeln auftretende Verseilanordnungen betrachtet, wobei  $N$  die Anzahl der dabei berücksichtigten Aderpaare bezeichnet:

- Ein aus zwei Aderpaaren bestehender einzelner Sternvierer:  $N = 2$ ,
- Ein aus zehn Aderpaaren bestehendes (zehnpaariges) Grundbündel:  $N = 10$ ,
- Ein aus 50 Aderpaaren bestehendes (50-paariges) Hauptbündel:  $N = 50$ .

Für die Rechnungen werden ausschließlich voll beschaltete Kabelbündel angenommen, so dass bei bidirektional genutzten Kabeln  $N = n_N + n_F + 1$  gilt und bei unidirektional betriebenen Kabeln (wegen  $n_N = 0$ ):  $N = n_F + 1$ .

Als von der Beschaltung unabhängige und jederzeit vorhandene externe Störung wird ein weißes, gaußverteiltes Rauschen mit der Leistungsdichte  $\Psi_0 = 10^{-15} \text{V}^2/\text{Hz}$  angesetzt. Dies entspricht etwa einem Wert von  $-140 \text{dBm}/\text{Hz}$ , wie er im Bereich der Planung von Telekommunikationsanlagen verwendet wird [19–21], an einem an den Wellenwiderstand von  $100 \dots 160 \Omega$  eines typischen Kabels angepassten Empfängereingangswiderstand. Für numerische Ergebnisse wird eine mittlere Sendeleistung von  $P_s = 1 \text{V}^2$  zu Grunde gelegt.<sup>1</sup>

Bild 2 zeigt ein systemtheoretisches Ersatzmodell des Kabels mit beiden Arten der Nebensprechstörung sowie Rauschen. Die mittleren Sendeleistungsdichtespektren  $\Psi_s(f)$  an den Eingängen der verschiedenen Aderpaare können im Allgemeinen verschieden sein; im Interesse einer übersichtlichen Berechnung werden sie in diesem Beitrag als gleich angesetzt. Für die Berechnungen werden vollständig symmetrische Systeme vorausgesetzt, d. h. jeder Empfänger hat eine identische Sicht (bezüglich der Übertragungsfunktionen und der mittleren Leistungsdichten) auf den eigenen Sender, die nebensprechenden Systeme und die Störquellen.

### 3 Kanalkapazität eines frequenzabhängigen Übertragungskanal bei Störung durch Rauschen

#### 3.1 Grundlagen

Für die folgenden Rechnungen vorausgesetzt wird eine weiße, gaußverteilte Störung mit der Leistungsdichte  $\Psi_0$ , die statistisch unabhängig vom Sendesignal ist. Unter

<sup>1</sup> In diesem Beitrag wird mit einer Leistung der Dimension (Spannung)<sup>2</sup> (in  $\text{V}^2$ ) gerechnet. An einem reellen, konstanten Widerstand ist diese Größe proportional der physikalischen Leistung (in  $\text{W}$ ). Als Leistungsdichte wird dementsprechend die quadratische Amplitudendichte (in  $\text{V}^2/\text{Hz}$ ) bezeichnet.

der Nebenbedingung einer konstanten mittleren Sendeleistung  $P_s$  muss dann das Sendesignal mit dem Leistungsdichtespektrum  $\Psi_s(f)$  ebenfalls eine Gaußverteilung aufweisen, um einen maximalen Transinformationsfluss  $\Phi$  zu erzielen, der als Kanalkapazität  $C$  bezeichnet wird [22].

In [23] wurde die Kanalkapazität für einen frequenzunabhängigen und dämpfungsfreien Kanal der Bandbreite  $\Delta f$  bei Störung durch weißes, gaußverteiltes Rauschen als<sup>2</sup>

$$C = \frac{\Delta f}{2} \text{ld} \left( 1 + \frac{P_s}{P_n} \right) \quad (7)$$

abgeleitet [22]. In diesem Fall sind die Leistungsdichtespektren des Sendesignals ( $\Psi_s(f) = \Psi_s$ ) und der Störung ( $\Psi_n(f) = \Psi_0$ ) im Bereich  $-\Delta f/2 \leq f \leq +\Delta f/2$  konstant, so dass man über

$$P_s = \Psi_s \cdot \Delta f \quad (8)$$

die Sendeleistung und über

$$P_n = \Psi_0 \cdot \Delta f \quad (9)$$

die Leistung der Störung erhält.

Um die Kapazität eines frequenzabhängigen Kanals mit der Übertragungsfunktion  $G_k(f)$  bei Störung durch weißes, gaußverteiltes Rauschen der Leistungsdichte  $\Psi_0$  zu berechnen, ist es zweckmäßig, die Störadditionsstelle – wie in Bild 3 dargestellt – auf die Sendeseite zu verlagern [22]. Unter der Voraussetzung, dass der

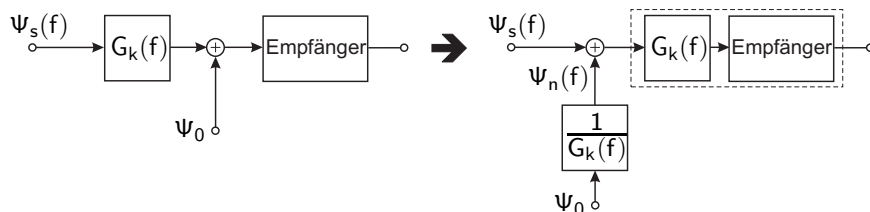


Bild 3. Zur Berechnung der Kanalkapazität

Kanal keine Nullstellen im interessierenden Frequenzbereich aufweist – d. h., die Wiener-Paley-Bedingung wird eingehalten [24] –, kann äquivalent die Kapazität eines frequenzunabhängigen, dämpfungsfreien Kanals bei einer farbigen Störung mit dem Leistungsdichtespektrum

$$\Psi_n(f) = \frac{\Psi_0}{|G_k(f)|^2} \quad (10)$$

berechnet werden.

<sup>2</sup>Der dyadische Logarithmus  $\text{ld}(x)$  bezeichnet den Logarithmus zur Basis 2:  $\text{ld}(x) = \log_2(x)$ .

Wird der gesamte Frequenzbereich in schmale Teilbereiche mit der Mittenfrequenz  $f_\mu$  und der Breite  $\Delta f$  (von  $f_\mu - \Delta f/2$  bis  $f_\mu + \Delta f/2$ ) zerlegt, so ist das Leistungsdichtespektrum  $\Psi_n(f_\mu)$  der Störung in diesen Teilbereichen jeweils näherungsweise frequenzunabhängig. In Analogie zu (7) lässt sich der Transinformationsfluss in diesen Teilbereichen der Breite  $\Delta f$  mit (8) und (9) als

$$\Delta\Phi_\mu = \frac{\Delta f}{2} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Delta f \Psi_s(f_\mu)}{\Delta f \Psi_n(f_\mu)} \right) \quad (11)$$

angeben [6]. Dabei ist  $\Delta f \Psi_s(f_\mu)$  die Nutzleistung im Bereich  $f_\mu - \Delta f/2 \leq f \leq f_\mu + \Delta f/2$  und  $\Delta f \Psi_n(f_\mu)$  die Störleistung im selben Frequenzbereich. Summiert man über alle  $\mu$  und bildet den Grenzübergang  $\Delta f \rightarrow 0$ , erhält man den gesamten Transinformationsfluss

$$\Phi = \frac{1}{2} \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s(f_\mu)}{\Psi_n(f_\mu)} \right) \Delta f = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s(f)}{\Psi_n(f)} \right) df . \quad (12)$$

Für die Kanalkapazität  $C$  erhält man unter der Nebenbedingung einer konstanten mittleren Sendeleistung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_s(f) df \leq P_s \quad (13)$$

damit die Beziehung

$$C = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s(f)}{\Psi_n(f)} \right) df = \int_0^{\infty} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s(f)}{\Psi_n(f)} \right) df , \quad (14)$$

wobei  $\Psi_s(f)$  so zu wählen ist, dass der Transinformationsfluss maximal wird.

### 3.2 Optimierung des Sendeleistungsdichtespektrums

Das äquivalente Störleistungsdichtespektrum  $\Psi_n(f)$  in (14) ist nach (10) bekannt und hängt von der Kabelübertragungsfunktion  $G_k(f)$  und der Rauschleistungsdichte  $\Psi_0$  ab. Offen ist jedoch bisher die Frage, wie die Funktion für das Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_s(f)$  zu wählen ist, damit der Transinformationsfluss maximal wird. Die Bestimmung oder Optimierung von Funktionen derart, dass sie zu einem Extremwert eines Integrals führen (hier dem Maximum von (14)), ist ein typisches Problem aus der Variationsrechnung [25, 26]. Die zu lösende Aufgabe besteht also darin, die Funktion  $\Psi_s(f)$  aus der Gesamtheit aller möglichen Funktionen so



auszuwählen, dass ein Integral in der Form

$$I = \int_a^b F(\Psi_s, f) df \quad (15)$$

mit

$$F(\Psi_s, f) = \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s(f)}{\Psi_n(f)} \right) \quad \text{und} \quad a = 0 \quad \text{sowie} \quad b = \infty \quad (16)$$

maximal wird. Dabei ist die Nebenbedingung einer konstanten mittleren Sendeleistung in der Form

$$\int_a^b G(\Psi_s, f) df = \frac{P_s}{2} \quad \text{mit} \quad G(\Psi_s, f) = \Psi_s(f) \quad (17)$$

einzuhalten. Um die Schreibweise zu vereinfachen, wird bei den frequenzabhängigen Funktionen für die folgende Ableitung vorübergehend die Frequenzvariable  $f$  weggelassen. Aus den beiden Funktionen  $F(\Psi_s, f)$  und  $G(\Psi_s, f)$  wird eine erweiterte Grundfunktion

$$\begin{aligned} H(\Psi_s, f) &= F(\Psi_s, f) + \lambda \cdot G(\Psi_s, f) \\ H(\Psi_s, f) &= \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_s}{\Psi_n} \right) + \lambda \cdot \Psi_s = \frac{1}{\ln(2)} \ln \left( 1 + \frac{\Psi_s}{\Psi_n} \right) + \lambda \cdot \Psi_s \end{aligned} \quad (18)$$

gebildet, für die die Eulersche Differentialgleichung

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi_s} = 0 \quad (19)$$

gelöst wird, um die optimale Form des Sendeleistungsdichtespektrums  $\Psi_s(f)$  zu ermitteln [25]. Man erhält

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi_s} = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Psi_s}{\Psi_n}} \cdot \frac{1}{\Psi_n} + \lambda = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{\Psi_s + \Psi_n} + \lambda \quad (20)$$

Das anschließende Nullsetzen von (20) ergibt – nun wieder mit Frequenzvariable  $f$  bei den frequenzabhängigen Funktionen –

$$\Psi_s(f) + \Psi_n(f) = -\frac{1}{\lambda \cdot \ln(2)} = \text{const.} \quad , \quad (21)$$

da sowohl  $\ln(2)$  als auch insbesondere  $\lambda$  in (18) konstant sind [25]. Die Konstante wird im Weiteren mit  $\Psi_{\max}$  bezeichnet und es wird ebenfalls in der weiteren Rechnung geklärt, wie sie bestimmt werden kann.

Um die Kanalkapazität  $C$  eines frequenzabhängigen Kanals nach (14) zu berechnen, ist also das Sendespektrum so zu wählen (zu optimieren), dass die Summe aus dem dann optimalen Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_{\text{sopt}}(f)$  und dem äquivalenten Störleistungsdichtespektrum  $\Psi_n(f)$  eine Konstante ergibt, so dass

$$\Psi_{\text{sopt}}(f) + \Psi_n(f) = \Psi_{\text{max}} \quad \text{für } \Psi_n(f) \leq \Psi_{\text{max}} \quad (22)$$

gilt [22], d. h. für das optimale Sendeleistungsdichtespektrum erhält man

$$\Psi_{\text{sopt}}(f) = \begin{cases} \Psi_{\text{max}} - \Psi_n(f) & \text{für } \Psi_n(f) \leq \Psi_{\text{max}} \\ 0 & \text{für } \Psi_n(f) > \Psi_{\text{max}} \end{cases} . \quad (23)$$

### 3.3 Kanalkapazität eines einzelnen Aderpaares bei Rauschstörung

Mit (10) und (22) ergibt sich für den in der Beziehung

$$C = \int_0^{\infty} \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_{\text{sopt}}(f)}{\Psi_n(f)} \right) df \quad (24)$$

für die Kanalkapazität relevanten Quotienten

$$\frac{\Psi_{\text{sopt}}(f)}{\Psi_n(f)} = \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_0} , \quad (25)$$

so dass man

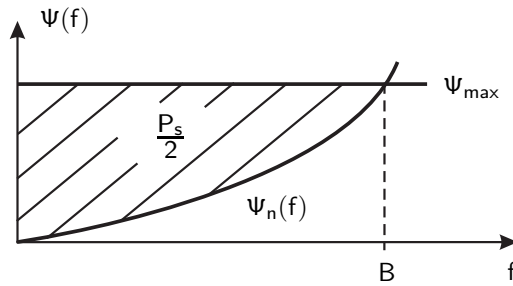
$$C_R = \int_0^B \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_0} \right) df \quad (26)$$

als Kapazität eines frequenzabhängigen Kanals bei Störung durch weißes, gaußverteiltes Rauschen der Leistungsdichte  $\Psi_0$  erhält [5, 22].

Bei der Berechnung der Kanalkapazität (26) ist insbesondere die Bestimmung der Parameter  $\Psi_{\text{max}}$  und  $B$  schwierig (s. Bild 4). Sie gelingt über das Waterfilling-Verfahren [27], bei dem, beginnend bei  $\Psi_{\text{max}} = \Psi_0$ , solange Sendeleistung („Wasser“) in die durch die äquivalente Störleistungsdichte  $\Psi_n(f)$  gebildete Begrenzungskurve („Badewanne“) gefüllt wird, bis die schraffierte Fläche (s. Bild 4)

$$P_s = 2 \cdot \left[ \Psi_{\text{max}} \cdot B - \int_0^B \Psi_n(f) df \right] \quad (27)$$

der (gegebenen) Sendeleistung  $P_s$  entspricht. Die Gesamtsendeleistung  $P_s$  nach (27) ergibt sich nach Bild 4 als Differenz aus dem durch  $\Psi_{\text{max}}$  und  $B$  aufgespannten


 Bild 4. Äquivalentes Störleistungsdichtespektrum  $\Psi_n(f)$  und Sendeleistung  $P_s$ 

Rechteck und der Fläche unterhalb der Kurve  $\Psi_n(f)$ . Aus dem ermittelten Parameter  $\Psi_{\max}$  („Füllhöhe“) wird (bei monoton fallendem Kabelfrequenzgang  $G_k(f)$  und damit monoton steigender äquivalenter Rauschleistungsdichte  $\Psi_n(f)$ ) entsprechend Bild 4 gemäß

$$\Psi_{\max} = \Psi_n(f = B) \quad (28)$$

die optimale Bandbreite  $B$  des Sendeleistungsdichtespektrums ermittelt. Über die numerische Auswertung von (24) lässt sich damit die Kanalkapazität z. B. von symmetrischen Kabeln mit jeweils einzeln geschirmten Leiterpaaren oder die (in diesem Beitrag nicht behandelte) Kapazität von Koaxialkabeln berechnen, da in diesen Fällen auf Grund der Abschirmung äußerer Störeinflüsse allein das (farbige) Rauschen als Störung verbleibt.

Die Kanalkapazität unter den angegebenen Bedingungen wird erreicht, wenn ein auf die Bandbreite  $B$  begrenztes Sendesignal mit einer nach (10) und (23) an den Kabelfrequenzgang  $G_k(f)$  angepassten spektralen Verteilung verwendet wird.

#### 4 Kanalkapazität bei Nebensprechstörungen

Das Nebensprechen von räumlich benachbarten Aderpaaren innerhalb eines Kabelbündels beeinflusst das Nutzsignal und begrenzt gemeinsam mit dem Rauschen die erreichbare Kanalkapazität. Deshalb wird in diesem Abschnitt untersucht, welche Auswirkungen Nebensprechstörungen auf die Kanalkapazität von symmetrischen Aderpaaren innerhalb vielpaariger Kabel haben. Zunächst wird der allgemeine Fall eines bidirektional betriebenen Kabels betrachtet, bei dem sowohl Nah- als auch Fernnebensprechstörungen auftreten. Anschließend wird der technisch in der hochratigen Übertragung wichtige und interessante Fall untersucht, bei dem das Fernnebensprechen als alleinige Nebensprechstörung verbleibt, weil das Nahnebensprechen entweder weitgehend vermieden (z. B. Frequenzduplexverfahren [28]) bzw. beseitigt wird (z. B. über die Nachbildung oder Entzerrung des Nahnebenspre-

chens [29,30]) oder weil für jede Übertragungsrichtung getrennte Kabel verwendet werden, um eine hochratige Übertragung zu unterstützen.

#### 4.1 Kapazität bei Störung durch Nah- und Fernnebensprechen

Zur Berechnung der Kapazität wird die Störadditionsstelle zweckmäßigerweise analog zu Bild 3 wiederum auf die Sendeseite verlagert (s. Bild 5). Unter Berücksichtigung

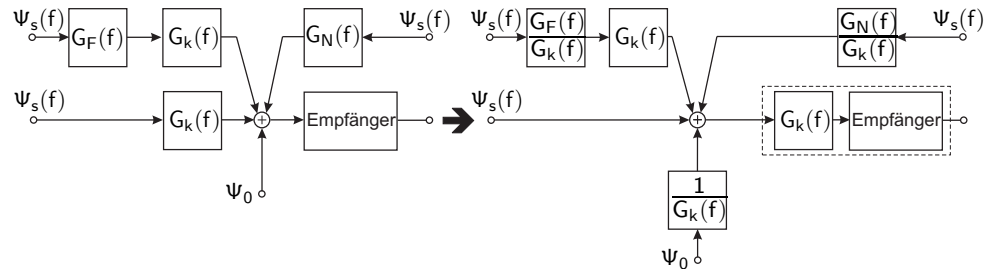


Bild 5. Zur Berechnung der Kanalkapazität bei Nah- und Fernnebensprechstörung

sichtigung des Nah- und Fernnebensprechens läßt sich das nun modifizierte äquivalente Störleistungsdichtespektrum nach Bild 5 direkt als

$$\Psi_n(f) = \frac{\Psi_0}{|G_k(f)|^2} + \frac{\Psi_s(f)|G_F(f)G_k(f)|^2}{|G_k(f)|^2} + \frac{\Psi_s(f)|G_N(f)|^2}{|G_k(f)|^2} \quad (29)$$

formulieren, wobei zunächst noch offen ist, welche Form das Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_s(f)$  aufweist. Die Schwierigkeit besteht darin, dass das Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_s(f)$  sowohl als Nutzsignal als auch über das Nebensprechen im Störsignal auftritt und außerdem nach (22) so optimiert werden muss, dass die Summe aus optimalem Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_{s\text{opt}}(f)$  und äquivalentem Störleistungsdichtespektrum  $\Psi_n(f)$  eine Konstante ergibt [6]. Deshalb läßt sich (29) nicht direkt zur Bestimmung der Kanalkapazität verwenden und es wird mit (22) die Forderung

$$\begin{aligned} \Psi_{\max} &= \Psi_{s\text{opt}}(f) + \Psi_n(f) \\ \Psi_{\max} &= \Psi_{s\text{opt}}(f) + \frac{\Psi_0}{|G_k(f)|^2} + \Psi_{s\text{opt}}(f)|G_F(f)|^2 + \Psi_{s\text{opt}}(f) \frac{|G_N(f)|^2}{|G_k(f)|^2} \\ \Psi_{\max} &= \Psi_{s\text{opt}}(f) \left( 1 + \frac{|G_F(f)G_k(f)|^2 + |G_N(f)|^2}{|G_k(f)|^2} \right) + \frac{\Psi_0}{|G_k(f)|^2} \end{aligned} \quad (30)$$

mit dem zunächst in seiner Form noch unbekanntem optimalen Sendeleistungsdichtespektrum  $\Psi_{s\text{opt}}(f)$  formuliert (siehe auch Bild 5). Daraus läßt sich über den

Zwischenschritt

$$\Psi_{\text{sopt}}(f) = \frac{\Psi_{\text{max}} - \frac{\Psi_0}{|G_k(f)|^2}}{1 + \frac{|G_F(f)G_k(f)|^2 + |G_N(f)|^2}{|G_k(f)|^2}} \quad (31)$$

die Beziehung

$$\Psi_{\text{sopt}}(f) = \frac{\Psi_{\text{max}}|G_k(f)|^2 - \Psi_0}{|G_k(f)|^2(1 + |G_F(f)|^2) + |G_N(f)|^2} \quad (32)$$

für das optimale Sendeleistungsdichtespektrum ableiten, in der allerdings noch die – bisher unbekannte – Konstante  $\Psi_{\text{max}}$  als Parameter enthalten ist. Für das äquivalente Störleistungsdichtespektrum mit Rauschen sowie Nah- und Fernnebensprechstörungen erhält man mit (22) und (32) nun in Abhängigkeit von  $\Psi_{\text{max}}$  (und nicht mehr von  $\Psi_s(f)$  wie in (29)) die Beziehung

$$\begin{aligned} \Psi_n(f) &= \Psi_{\text{max}} - \Psi_{\text{sopt}}(f) \\ \Psi_n(f) &= \frac{\Psi_{\text{max}}|G_k(f)|^2(1 + |G_F(f)|^2) + \Psi_{\text{max}}|G_N(f)|^2 - \Psi_{\text{max}}|G_k(f)|^2 + \Psi_0}{|G_k(f)|^2(1 + |G_F(f)|^2) + |G_N(f)|^2} \\ \Psi_n(f) &= \frac{\Psi_{\text{max}}[|G_k(f)G_F(f)|^2 + |G_N(f)|^2] + \Psi_0}{|G_k(f)|^2(1 + |G_F(f)|^2) + |G_N(f)|^2}, \end{aligned} \quad (33)$$

so dass sich für den in (24) relevanten Quotienten

$$\frac{\Psi_{\text{sopt}}(f)}{\Psi_n(f)} = \frac{\Psi_{\text{max}}|G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_{\text{max}}[|G_k(f)G_F(f)|^2 + |G_N(f)|^2] + \Psi_0} \quad (34)$$

und damit

$$C_{\text{NN-FN-R}} = \int_0^B \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_{\text{max}}|G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_{\text{max}}[|G_k(f)G_F(f)|^2 + |G_N(f)|^2] + \Psi_0} \right) df \quad (35)$$

für die Kanalkapazität eines Aderpaares bei Störung durch Nah- und Fernnebensprechen sowie Rauschen ergibt. Der Parameter  $\Psi_{\text{max}}$  und die optimale Bandbreite  $B$  sind analog zu Abschnitt 3 über das Waterfilling-Verfahren (s. Bild 4) nach (27) und (28) in Abhängigkeit von der gegebenen mittleren Sendeleistung  $P_s$  zu bestimmen.

In Bild 6 sind die Kanalkapazitätskurven für Sternvierer sowie Grund- und Hauptbündel in Abhängigkeit von der Kabellänge ( $l = 0,1 \dots 10 \text{ km}$ ) dargestellt.

Dabei wird für jede Art von Bündel eine beispielhafte Beschaltungsvariante bezüglich der Anzahl der in den beiden Übertragungsrichtungen genutzten Aderpaare ( $n_N$ ,  $n_F$ ) aus der Vielzahl der möglichen Kombinationen herausgegriffen (Sternvierer:  $n_N = 1$ ,  $n_F = 0$ ; zehnpaariges Grundbündel:  $n_N = 3$ ,  $n_F = 6$ ; 50-paariges Hauptbündel:  $n_N = 24$ ,  $n_F = 25$ ). Gegenübergestellt wird die Kanalkapazität bei Störung durch reines Rauschen  $n_N = 0$ ,  $n_F = 0$  nach (26).<sup>3</sup> Die Kanalkapazität ei-

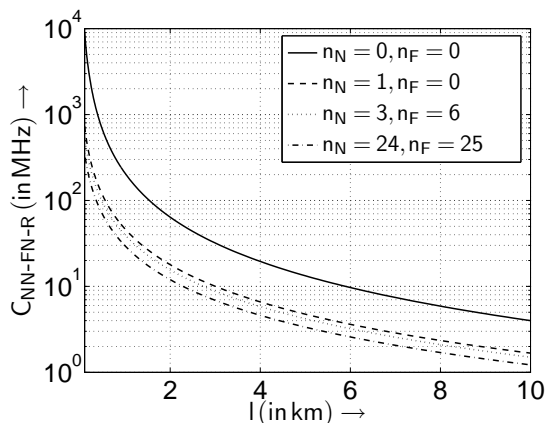


Bild 6. Kanalkapazität  $C_{NN-FN-R}$  in Abhängigkeit von der Kabellänge ( $l = 0,1 \dots 10$  km) für verschiedene Nah- und Fernnebensprechkonstellationen

ner Kupferdoppelader wird durch Nebensprechstörungen gegenüber der Kapazität bei reiner Rauschstörung vermindert. Mit zunehmender Anzahl störender Aderpaare wird die Kanalkapazität kleiner. Die Kanalkapazität wird besonders durch die stärkere Nahnebensprechstörung begrenzt, die weitgehend unabhängig von der Kabellänge ist. Die schwächere längenabhängige Fernnebensprechstörung kommt gegenüber dem Nahnebensprechen kaum zur Wirkung und kann deshalb bei Kabeln im Gegenrichtungsbetrieb in guter Näherung oft vernachlässigt werden [10, 19].

## 4.2 Kapazität bei Störung durch Fernnebensprechen

Wird das Nahnebensprechen als stärkste Nebensprechstörung (weitgehend) beseitigt [29, 30] oder vermieden [28], so verbleibt das Fernnebensprechen als einzige Nebensprechstörung. Um den Einfluss der Fernnebensprechstörung zu untersuchen, wird in diesem Abschnitt ein unidirektional betriebenes Kabel vorausgesetzt, in dem kein Nahnebensprechen auftritt.

Zur Berechnung der Kapazität eines Aderpaares bei Störung durch Fernnebensprechen und Rauschen wird in Anlehnung an Bild 3 und Bild 5 die Störadditions-

<sup>3</sup>Der Fall  $n_N = 0$  und  $n_F \neq 0$  wird im folgenden Abschnitt gesondert behandelt.

stelle wiederum auf die Sendeseite verlagert (s. Bild 7), wobei gegenüber Bild 5 nun der Nahnebensprechpfad fehlt. Die Kanalkapazität eines Aderpaares bei Fern-

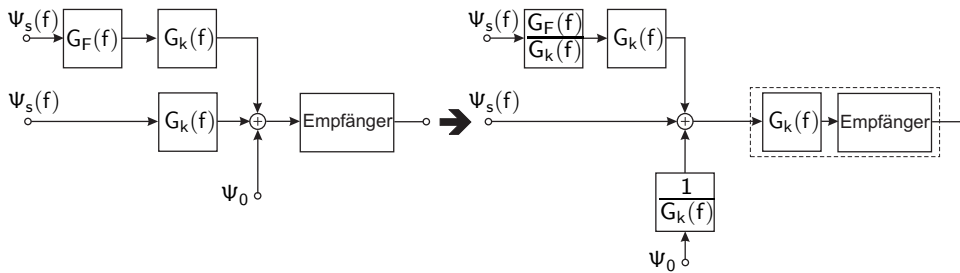


Bild 7. Zur Berechnung der Kanalkapazität bei Fernnebensprechstörungen

nebensprechstörungen ergibt sich demnach direkt aus der für Nah- und Fernnebensprechen gültigen Beziehung (35), wenn die Übertragungsfunktion  $G_N(f)$  des Nahnebensprechpfades unberücksichtigt bleibt. Man erhält

$$C_{\text{FN-R}} = \int_0^B \text{ld} \left( 1 + \frac{\Psi_{\text{max}} |G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_{\text{max}} |G_k(f)G_F(f)|^2 + \Psi_0} \right) df \quad (36)$$

als Kanalkapazität eines Aderpaares bei Störung durch Fernnebensprechen und Rauschen. Der Parameter  $\Psi_{\text{max}}$  und die optimale Bandbreite  $B$  sind über das Waterfilling-Verfahren (Bild 4) in Abhängigkeit von der gegebenen mittleren Sendeleistung  $P_s$  zu bestimmen.

In Bild 8 sind die Kanalkapazitätskurven bei Fernnebensprechenstörung für Sternvierer sowie Grund- und Hauptbündel in Abhängigkeit von der Kabellänge ( $l = 0,1 \dots 5$  km) gemeinsam mit der Kanalkapazität für den Fall dargestellt, wenn keine Nebensprechstörungen auftreten, d. h. es sind nur Rauschstörungen wirksam. Es wird deutlich, dass bei sehr kurzen Kabeln die Kanalkapazität durch das Fernnebensprechen sehr stark gegenüber der Kanalkapazität bei weißen, gaußverteilten Rauschstörungen (z. B. perfekt geschirmtes Aderpaar) vermindert wird. Bei langen Kabeln ist die Einbuße an Kapazität durch das Fernnebensprechen nicht sehr ausgeprägt und sie verschwindet für große Kabellängen nahezu. Je mehr Aderpaare durch Fernnebensprechen stören, desto mehr nimmt die Kanalkapazität ab.

## 5 Zusammenfassung

Gegenstand des vorliegenden Beitrages ist die Kanalkapazität von symmetrischen Leiterpaaren innerhalb vielpaariger Kupferkabel des Teilnehmerzugangsbereiches bei Störung durch Nah- und/oder Fernnebensprechen.

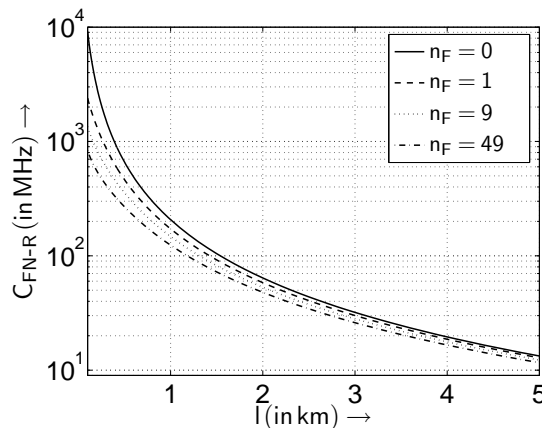


Bild 8. Kanalkapazität  $C_{FN-R}$  in Abhängigkeit von der Kabellänge ( $l = 0,1 \dots 5$  km) für verschiedene Fernnebensprechkonstellationen

Zunächst wurde die Kanalkapazität eines frequenzabhängigen Kanals bei reiner Rauschstörung berechnet, also z. B. eines (fiktiven) perfekt geschirmten Einzelpaares. Um die Kanalkapazität zu erreichen, ist eine Anpassung der Form des Sendeleistungsdichtespektrums an den Kabelfrequenzgang erforderlich. Anschließend wurden die von außen auf ein Aderpaar einwirkenden Nebensprechstörungen in der Kapazitätsberechnung berücksichtigt. Treten sowohl Nah- als auch Fernnebensprechen auf, dann wird die erreichbare Kapazität wesentlich durch das gegenüber dem Fernnebensprechen weitaus stärkere Nahnebensprechen begrenzt. Wird hingegen das Nahnebensprechen vermieden, verbleibt allein das Fernnebensprechen (neben dem Rauschen). Da die Wirkung des Fernnebensprechens mit steigender Kabellänge abnimmt, ist der Einfluss einer Fernnebensprechstörung besonders bei kurzen Kabeln stark. Um die bei Nebensprechstörungen erreichbare Kapazität auszuschöpfen, ist eine Anpassung des Sendeleistungsdichtespektrums an die Frequenzgänge von Kabel und Nebensprechkopplungen notwendig.

Für den hochratigen Teilnehmerzugang werden oftmals hybride Systeme verwendet, bei denen von der Ortsvermittlungsstelle bis zu einem Kabelverzweiger über Lichtwellenleiter übertragen und die letzten oft wenigen Hundert Meter durch Kupferkabel überbrückt werden. Insbesondere bei diesen kurzen Kupferkabeln wird die Kapazität stark durch das Fernnebensprechen begrenzt. Es erscheint deshalb lohnenswert zu untersuchen, ob und inwieweit die Kapazität von Kabeln durch die Ausnutzung des Fernnebensprechens gesteigert werden kann. In einem zweiten Teil dieses Beitrages wird deshalb die Kanalkapazität von Aderpaaren und Kabelbündeln bei Ausnutzung der Fernnebensprechwege berechnet und mit den in diesem ersten Teil des Beitrages erzielten Ergebnissen verglichen.



## Danksagung

Die Verfasser danken Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. R. Kohlschmidt und Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Rockmann von der Universität Rostock für zahlreiche interessante Diskussionen und wertvolle Hinweise.

## Literatur

- [1] C. Lange and A. Ahrens, "Effect of Far-End Crosstalk in Multi-Pair Symmetric Copper Cables." in *XXI Krajowe Sympozjum Telekomunikacji (KST)*, Bydgoszcz (Polen), Sept. 7–9, 2005, pp. 181–190.
- [2] —, "Channel Capacity of Twisted Wire Pairs in Multi-Pair Symmetric Copper Cables." in *Fifth International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS)*, Bangkok (Thailand), Dec. 6–9, 2005, pp. 1062–1066.
- [3] A. Ahrens and C. Lange, "Channel Capacity of Twisted Pair Copper Cables Influenced by Far-End Crosstalk." in *International Conference on Advances in the Internet, Processing, Systems, and Interdisciplinary Research (IPSI)*, New York (USA), Jan. 5–8, 2006.
- [4] H.-W. Wellhausen, "Neue Nutzungsmöglichkeiten vorhandener Kupferanschlußleitungsnetze," *Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ)*, vol. 17, no. 4, pp. 18–27, 1995.
- [5] —, "Kanalkapazität metallener Leiterpaare moderner Kabel und erreichbare Übertragungskapazität," *Frequenz*, vol. 40, no. 3, pp. 60–66, 1986.
- [6] G. Söder and A. Ballweg, "Die Kanalkapazität als Grenze für die Digitalsignalübertragung," *Frequenz*, vol. 39, no. 3, pp. 81–88, 1985.
- [7] W. Klein, *Die Theorie des Nebensprechens auf Leitungen*. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 1955.
- [8] —, "Über den Entstehungsmechanismus des Nebensprechens symmetrischer Leitungen," *Archiv der elektrischen Übertragung (A.E.Ü.)*, vol. 16, no. 10, pp. 525–531, Oct. 1962.
- [9] H. Kaden, "Das Nebensprechgeräusch bei der Datenübertragung auf Leitungen," *Archiv der elektrischen Übertragung (A.E.Ü.)*, vol. 18, no. 2, pp. 77–86, Feb. 1964.
- [10] I. Kalet and S. Shamai (Shitz), "On the Capacity of a Twisted-Wire Pair: Gaussian Model," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 3, pp. 379–383, Mar. 1990.
- [11] S. Shamai (Shitz), "On the Capacity of a Twisted-Wire Pair: Peak-Power-Constraint," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 3, pp. 368–378, Mar. 1990.
- [12] L. Goldfeld and D. Wulich, "A Calculation of the Capacity of a Twisted-Wire Pair," *Signal Processing*, vol. 41, pp. 391–393, 1995.
- [13] C. Lange and A. Ahrens, "Kanalkapazität vielpaariger symmetrischer Kupferkabel, Teil II: Ausnutzung der Fernnebensprechwege," *Facta Universitatis, Ser.: Elec. and Energ.*, vol. 19, no. 3, pp. 355–370, Dec. 2006. [Online]. Available: <http://factae.elfak.ni.ac.yu/fu2k63/ahrens.html>
- [14] D. Kreß and M. Krieghoff, "Elementare Approximation und Entzerrung bei der Übertragung von PCM-Signalen über Koaxialkabel," *Nachrichtentechnik Elektronik*, vol. 23, no. 6, pp. 225–227, 1973.
- [15] H.-W. Wellhausen, "Eigenschaften des Übertragungskanal „symmetrisches Leiterpaar“," *Kleinheubacher Berichte*, vol. 32, pp. 545–554, 1989.

- [16] R. A. Conte, "A Crosstalk Model for Balanced Digital Transmissions in Multipair Cable," *AT&T Technical Journal*, vol. 65, no. 3, pp. 41–59, May/June 1986.
- [17] C. Valenti, "NEXT and FEXT Models for Twisted-Pair North American Loop Plant," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 893–900, June 2002.
- [18] S. Galli and K. J. Kerpez, "Methods of Summing Crosstalk From Mixed Sources—Part I: Theoretical Analysis," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 3, pp. 453–461, Mar. 2002.
- [19] R. Matzner, "Der Kapazitätsgewinn durch die ganzheitliche Beschreibung von Kabelbündeln und seine technische und ökonomische Nutzbarkeit," Dissertation, Universität der Bundeswehr, München, Apr. 2000.
- [20] S. Galli and K. J. Kerpez, "Methods of Summing Crosstalk From Mixed Sources—Part II: Performance Results," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 4, pp. 600–607, Apr. 2002.
- [21] J. T. Aslanis and J. M. Cioffi, "Achievable Information Rates on Digital Subscriber Loops: Limiting Information Rates with Crosstalk Noise," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, no. 2, pp. 361–372, Feb. 1992.
- [22] G. Söder and K. Tröndle, *Digitale Übertragungssysteme – Theorie, Optimierung und Dimensionierung der Basisbandsysteme*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1985.
- [23] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 1, pp. 379–423 und 623–656, July/Oct. 1948.
- [24] D. Kreß, *Theoretische Grundlagen der Übertragung digitaler Signale*. Berlin: Akademie-Verlag, 1979.
- [25] J. C. Clegg, *Variationsrechnung*. Stuttgart: B. G. Teubner, 1970.
- [26] I. N. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, 20th ed. Moskau; Leipzig: Nauka; BSB B. G. Teubner, 1981.
- [27] R. Gallager, *Information Theory and Reliable Communication*. New York: Wiley, 1968.
- [28] G. Ginis and J. M. Cioffi, "Vectored Transmission for Digital Subscriber Line Systems," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 1085–1104, June 2002.
- [29] M. L. Honig, K. Steiglitz, and B. Gopinath, "Multichannel Signal Processing for Data Communications in the Presence of Crosstalk," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 4, pp. 551–558, Apr. 1990.
- [30] G.-H. Im and J.-J. Werner, "Bandwidth-Efficient Digital Transmission over Unshielded Twisted-Pair Wiring," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 13, no. 5, pp. 1643–1655, Dec. 1995.