

Kanalkapazität vielpaariger symmetrischer Kupferkabel, Teil II: Ausnutzung der Fernnebensprechwege

Christoph Lange und Andreas Ahrens

Abstract: In den vielpaarigen symmetrischen Kupferkabeln der Ortsnetze begrenzt das Nebensprechen wesentlich die erreichbare Übertragungskapazität. In einem zugehörigen ersten Teil dieses Beitrages wurde die Kapazität von symmetrischen Leiterpaaren innerhalb vielpaariger Kabel bei Störung durch Nah- und Fernnebensprechen in bidirektional betriebenen Kabeln sowie bei alleiniger Fernnebensprechstörung in unidirektional genutzten Kabeln berechnet. In diesem zweiten Teil des Beitrages wird für unidirektional betriebene Kabel der Blickwinkel verändert und die Kanalkapazität dafür berechnet, dass die über die Fernnebensprechpfade auf benachbarte Aderpaare übergekoppelten Signalanteile ebenso wie das direkt übertragene Signal als Nutzsinal betrachtet werden. Als Ergebnis zeigt sich, dass die Kanalkapazität von Kabelbündeln durch die Ausnutzung des Fernnebensprechens gegenüber der Kapazität von (fiktiven) Bündeln mit perfekt geschirmten Einzelpaaren gesteigert werden kann. Noch weitaus deutlicher wird der erzielbare Kapazitätsgewinn gegenüber der praktisch relevanten Kapazität von Kabelbündeln mit nicht geschirmten Aderpaaren bei gegenseitiger Fernnebensprechstörung. Mit zunehmender Anzahl in einem Bündel zusammengefasster Aderpaare werden die erzielbaren Kapazitätsgewinne größer, wobei insbesondere bei kurzen Kabeln die Steigerung der Kanalkapazität durch Ausnutzung des Fernnebensprechens besonders deutlich ist.

Keywords: Kupferkabel, Kanalkapazität, Fernnebensprechen, Kabelbündel.

1 Einführung

Typische vielpaarige Kupferkabel des Ortsnetzbereiches bestehen aus einer Vielzahl symmetrischer Leiterpaare [3]. Durch elektromagnetische Kopplungen zwi-

Manuscript received January 17, 2006. Teile dieses Beitrages wurden auf den Konferenzen Fifth Int. Conf. on Information, Communications and Signal Processing (ICICS) [1] und Int. Conf. on Advances in the Internet, Processing, Systems, and Interdisciplinary Research (IPSI) [2] präsentiert.

Die Autoren sind Mitarbeiter am Institut für Nachrichtentechnik und Informationselektronik der Universität Rostock, Bundesrepublik Deutschland (e-mails: [christoph.lange, andreas.ahrens]@uni-rostock.de).

schen benachbarten Aderpaaren entsteht das Nebensprechen, wobei Nah- und Fernnebensprechen in Kabeln gemeinsam auftritt, die in beiden Übertragungsrichtungen genutzt werden, während in Kabeln, die nur in einer Übertragungsrichtung betrieben werden, lediglich das Fernnebensprechen wirksam ist [4, 5].

In einem zugehörigen ersten Teil [6] dieses Beitrages wurde die Kanalkapazität eines Aderpaares innerhalb eines vielpaarigen Kabels als informationstheoretische Grenze [7] für die erreichbaren Bitrate bei Nebensprechstörungen berechnet [8–10]: Jedes Aderpaar eines Kabels wurde als Übertragungskanal mit einem Eingang und einem Ausgang aufgefasst (Single Input Single Output, SISO), auf den neben den Rauschstörungen das Nebensprechen von anderen Aderpaaren als Störung einwirkt. In der Praxis werden leitungsgebundene Übertragungssysteme bisher vorwiegend als derartige SISO-Systeme optimiert und eingesetzt [11]. Betrachtet man Kabel (oder Kabelbündel) mit mehreren Aderpaaren als Ganzes, so stellen sie jedoch Systeme mit mehreren Eingängen und mehreren Ausgängen dar. Deshalb wird nun im zweiten Teil des Beitrages der Blickwinkel verändert: Wird das Nebensprechen nicht als Störung aufgefasst, so lässt insbesondere die Nutzung des Fernnebensprechens eine Steigerung der Kapazität erwarten, da Teile der ausgesendeten Signalenergie zwar auf verändertem Weg im Kabel (über die Nebensprechpfade) aber zumindest auch vom Sender zum räumlich entfernten Empfänger übertragen werden.

Darauf aufbauend lässt sich das gesamte Kabel (oder Kabelbündel) als Übertragungskanal mit mehreren Ein- und Ausgängen beschreiben (Multiple Input Multiple Output, MIMO). Ansätze zur Berechnung der Kapazität von Kabeln unter diesen Voraussetzungen findet man z. B. in [11] oder sie lassen sich in Anlehnung an die Kapazität von Mehrantennensystemen (z. B. [12–14]) ableiten, die in der Funkübertragung eingesetzt werden.

Vor dem dargestellten Hintergrund wurde im ersten Teil des Beitrages die Kapazität von Kabeln bei Störung durch Nebensprechen berechnet und in diesem zweiten Teil des Beitrages wird untersucht, ob und inwieweit sich die Kapazität symmetrischer Kupferkabel bei konstanter mittlerer Sendeleistung steigern lässt, wenn der Anteil der Signalenergie, der durch das Fernnebensprechen wechselseitig auf benachbarte Aderpaare übergekoppelt wird, als Nutzsinal aufgefasst wird. Beide Betrachtungsweisen (Nebensprechen als Störung und Ausnutzung des Nebensprechens) haben auch dann nebeneinander ihre Berechtigung, wenn das Nebensprechen (teilweise) ausgenutzt werden soll: Dies kann z. B. dann der Fall sein, wenn ein Empfänger nicht auf alle Aderpaare eines Kabels zugreifen kann, weil das Kabel von unterschiedlichen Netzbetreibern benutzt wird; die Signale auf den vom jeweils anderen Netzbetreiber genutzten Aderpaaren wirken dann als Störung.

Alle Voraussetzungen in den Eigenschaften des Übertragungssystems und der Signale sowie deren Parameter werden unverändert aus dem ersten Teil des Beitra-

ges [6] beibehalten und für numerische Ergebnisse verwendet.

Dieser zweite Teil des Beitrages gliedert sich wie folgt: Im Abschnitt 2 wird die Kanalkapazität eines Aderpaares berechnet, wenn die Fernnebensprechwege zusätzlich zum direkten Signalübertragungsweg als Nutzübertragungswege betrachtet werden. Aus den Kapazitäten der Einzelpaare wird im Abschnitt 3 die Kanalkapazität ganzer Kabelbündel bei Ausnutzung der Fernnebensprechwege berechnet und mit der Kapazität von Kabelbündeln verglichen, wenn das Fernnebensprechen als Störung wirkt. Eine zusammenfassende Diskussion der Ergebnisse beschließt in Abschnitt 4 den zweiten Teil des Beitrages.

2 Kanalkapazität bei Nutzung der Fernnebensprechwege

2.1 Grundlagen

In diesem Abschnitt wird untersucht ob und inwieweit die Kanalkapazität eines Aderpaares gesteigert werden kann, wenn das Fernnebensprechen nicht als Störung betrachtet wird, sondern die Fernnebensprechwege mit als Übertragungspfade von Nutzsignalanteilen aufgefasst werden. Es wird dazu angenommen, dass das zu sendende Signal in den Eingang eines Aderpaares (am nahen Kabelende) eingespeist wird und die Ausgänge mehrerer (oder im günstigsten Fall aller) Aderpaare eines betrachteten Kabelbündels einem Empfänger (am fernen Kabelende) zugänglich sind. Dieser Empfänger wertet die auf allen (zugänglichen) Aderpaaren am fernen Kabelende eintreffenden Signalanteile aus, die alle vom selben Sendesignal herrühren. Die über die Fernnebensprechpfade zum Empfänger gelangenden Signalanteile tragen auf diese Weise mit zur Gesamtkapazität bei und es entsteht ein Kanal mit einem Eingang und mehreren Ausgängen (SIMO).

Zunächst wird ein aus zwei Aderpaaren ($N = 2$) bestehendes Kabelbündel (Vierer) nach Bild 1 betrachtet und später wird die Untersuchung auf ein Kabelbündel mit $N > 2$ Aderpaaren erweitert. Das in ein Aderpaar eingespeiste Sendesignal bewirkt über den direkten Pfad und über den Fernnebensprechpfad Empfangssignale an den Ausgängen aller N Aderpaare des Kabelbündels: Es wird vorausgesetzt, dass der Empfänger die Empfangssignale aller Aderpaare am Kabelausgang auswerten kann. Das Übertragungssystem wird entsprechend Bild 1 für die Bestimmung der Kapazität so aufgefasst, als würden die auf den beiden Aderpaaren empfangenen Signalanteile durch zwei verschiedene Sendesignale mit den Leistungsdichten $\Psi_{s11}(f)$ und $\Psi_{s12}(f)$ bei unveränderter Bewertung von Signal und Störung und konstanter Gesamtsendeleistung hervorgerufen werden. Durch diese Betrachtung wird das Übertragungssystem in zwei unabhängige Systeme unterteilt (orthogonalisiert). Obwohl diese Aufspaltung des Sendeleistungsdichtespektrums $\Psi_s(f)$ unter praktischen Gesichtspunkten nicht aufrecht zu erhalten ist, wird sie

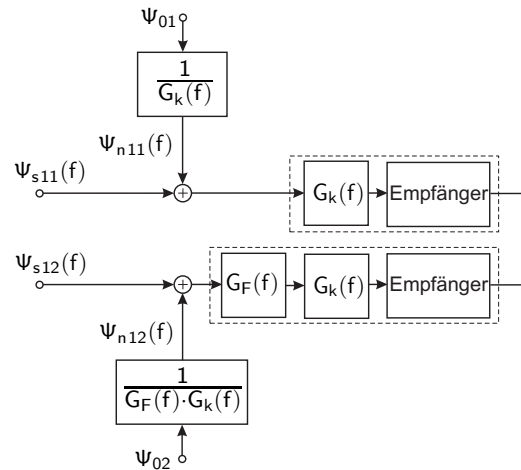


Bild 1. Äquivalentes Systemmodell zur Berechnung der Kanalkapazität bei Ausnutzung des Fernnebensprechens

zur Ableitung der theoretischen Grenze für den erzielbaren Transinformationsfluss als sinnvoll erachtet, da Sendeleistung und Signalfluss unverändert bleiben.

Da das in das erste Aderpaar eingespeiste Sendesignal ein Empfangssignal am Ausgang des ersten und des zweiten Aderpaares hervorruft, setzt sich die Kanalkapazität mit Ausnutzung des Fernnebensprechens entsprechend Bild 1 gemäß

$$C_{A, FN-R} = C_{11} + C_{12} \quad (1)$$

aus zwei Anteilen für diese beiden Übertragungswege zusammen, wobei

$$C_{11} = \int_0^{\infty} \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s11}(f)}{\Psi_{n11}(f)} \right) df \quad (2)$$

und

$$C_{12} = \int_0^{\infty} \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s12}(f)}{\Psi_{n12}(f)} \right) df \quad (3)$$

gilt.¹ Die äquivalenten Störleistungsdichtespektren ergeben sich nach Bild 1 zu

$$\Psi_{n11}(f) = \frac{\Psi_{01}}{|G_k(f)|^2} \quad \text{und} \quad \Psi_{n12}(f) = \frac{\Psi_{02}}{|G_F(f) \cdot G_k(f)|^2}, \quad (4)$$

¹Alle mit „11“ indizierten Größen sind Größen des direkten Übertragungspfades und alle mit „12“ indizierten Größen bezeichnen Größen des Fernnebensprechpfades.

wobei im Weiteren gleiche Störleistungsdichtespektren $\Psi_{01} = \Psi_{02} = \Psi_0$ an den beiden Kabelausgängen angenommen werden. Die äquivalenten Störleistungsdichtespektren $\Psi_{n11}(f)$ und $\Psi_{n12}(f)$ werden demnach gemeinsam mit der Rauschleistungsdichte über die Kabelübertragungsfunktion und die Fernnebensprechkopplungsfunktion durch Kabeleigenschaften festgelegt. Die Gesamtsendeleistung teilt sich auf beide Pfade auf:

$$P_s = P_{s11} + P_{s12} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{s11}(f) df + \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{s12}(f) df . \quad (5)$$

2.2 Optimierung der Sendeleistungsdichtespektren

Offen ist die Frage, welche Form die Sendeleistungsdichtespektren $\Psi_{s11}(f)$ und $\Psi_{s12}(f)$ aufweisen müssen, damit die Kanalkapazität erreicht wird. Dies ist wieder ein Problem aus der Variationsrechnung [15, 16]: Die Funktionen $\Psi_{s11}(f)$ und $\Psi_{s12}(f)$ sind so zu wählen, dass das Integral

$$I = \int_a^b F(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) df \quad (6)$$

mit

$$F(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) = \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s11}(f)}{\Psi_{n11}(f)} \right) + \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s12}(f)}{\Psi_{n12}(f)} \right) \quad (7)$$

und

$$a = 0 \quad \text{sowie} \quad b = \infty \quad (8)$$

maximal wird. Dabei ist die Nebenbedingung einer konstanten mittleren Sendeleistung

$$\int_a^b G(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) df = \frac{P_s}{2} \quad (9)$$

mit

$$G(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) = \Psi_{s11}(f) + \Psi_{s12}(f) \quad (10)$$

zu berücksichtigen. Dies ist ein Variationsproblem mit mehreren abhängigen Funktionen (hier: $\Psi_{s11}(f)$ und $\Psi_{s12}(f)$); es kann analog zur Vorgehensweise in [6] gelöst werden: Im Gegensatz zum Variationsproblem mit einer abhängigen Funktion erhält man nun ein System von Differentialgleichungen. Um die Schreibweise zu vereinfachen und die Übersichtlichkeit zu erhöhen, wird bei den frequenzabhängigen Funktionen für die folgende Ableitung vorübergehend die Frequenzvariable f weggelassen.

Aus $F(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f)$ und $G(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f)$ wird eine erweiterte Grundfunktion

$$\begin{aligned} H(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) &= F(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) + \lambda G(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) \\ H(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) &= \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s11}}{\Psi_{n12}} \right) + \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{s12}}{\Psi_{n12}} \right) + \lambda [\Psi_{s11} + \Psi_{s12}] \\ H(\Psi_{s11}, \Psi_{s12}, f) &= \frac{1}{\ln(2)} \left[\ln \left(1 + \frac{\Psi_{s11}}{\Psi_{n12}} \right) + \ln \left(1 + \frac{\Psi_{s12}}{\Psi_{n12}} \right) \right] + \lambda [\Psi_{s11} + \Psi_{s12}] \end{aligned} \quad (11)$$

gebildet, für die jeweils die Eulersche Differentialgleichung bezüglich jeder abhängigen Variablen

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi_{s11}} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial H}{\partial \Psi_{s12}} = 0 \quad (12)$$

gelöst wird, um die optimale Form der Sendeleistungsdichtespekten $\Psi_{s11}(f)$ und $\Psi_{s12}(f)$ zu ermitteln [16]. Man erhält als Ergebnis der Ableitungen

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi_{s11}} = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Psi_{s11}}{\Psi_{n11}}} \cdot \frac{1}{\Psi_{n11}} + \lambda = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{\Psi_{s11} + \Psi_{n11}} + \lambda \quad (13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Psi_{s12}} = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Psi_{s12}}{\Psi_{n12}}} \cdot \frac{1}{\Psi_{n12}} + \lambda = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{\Psi_{s12} + \Psi_{n12}} + \lambda \quad (14)$$

Das anschließende Nullsetzen der partiell nach Ψ_{s11} bzw. Ψ_{s12} abgeleiteten Grundfunktion (13) und (14) ergibt – nun wieder mit Frequenzvariable f bei den frequenzabhängigen Funktionen –

$$\Psi_{s11}(f) + \Psi_{n11}(f) = -\frac{1}{\lambda \cdot \ln(2)} = \text{const.} \quad (15)$$

$$\Psi_{s12}(f) + \Psi_{n12}(f) = -\frac{1}{\lambda \cdot \ln(2)} = \text{const.} \quad (16)$$

da sowohl $\ln(2)$ als auch λ in (15) und (16) konstant sind [16].

Um die Kanalkapazität $C_{A, \text{FN-R}}$ eines frequenzabhängigen Kanals bei Ausnutzung des Fernnebensprechens nach Bild 1 zu berechnen, ist also das Sendespektrum so zu wählen (zu optimieren), dass jeweils die Summe aus dem dann optimalen Sendeleistungsdichtespektrum jedes Übertragungspfades $\Psi_{\text{sopt}11}(f)$ bzw. $\Psi_{\text{sopt}12}(f)$ und dem zugehörigen äquivalenten Störleistungsdichtespektrum $\Psi_{n11}(f)$ bzw. $\Psi_{n12}(f)$ desselben Pfades eine Konstante ergibt. Diese Konstante stimmt nach (15) und (16) für beide Fälle überein und wird mit Ψ_{max} bezeichnet. Es gilt also

$$\Psi_{\text{sopt}11}(f) + \Psi_{n11}(f) = \Psi_{\text{max}} \quad \text{für } \Psi_{n11}(f) \leq \Psi_{\text{max}} \quad (17)$$

$$\Psi_{\text{sopt}12}(f) + \Psi_{n12}(f) = \Psi_{\text{max}} \quad \text{für } \Psi_{n12}(f) \leq \Psi_{\text{max}} \quad (18)$$

und für die optimalen Sendeleistungsdichtespektren erhält man

$$\Psi_{\text{sopt}11}(f) = \begin{cases} \Psi_{\text{max}} - \Psi_{n11}(f) & \text{für } \Psi_{n11}(f) \leq \Psi_{\text{max}} \\ 0 & \text{für } \Psi_{n11}(f) > \Psi_{\text{max}} \end{cases} \quad (19)$$

sowie

$$\Psi_{\text{sopt}12}(f) = \begin{cases} \Psi_{\text{max}} - \Psi_{n12}(f) & \text{für } \Psi_{n12}(f) \leq \Psi_{\text{max}} \\ 0 & \text{für } \Psi_{n12}(f) > \Psi_{\text{max}} \end{cases} \quad (20)$$

2.3 Kanalkapazität eines einzelnen Aderpaares bei Ausnutzung des Fernnebensprechens

Um die optimale Sendeleistungsaufteilung und damit die optimalen Sendeleistungsdichtespektren

$$\Psi_{\text{sopt}11}(f) = \Psi_{\text{max}} - \Psi_{n11}(f) = \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_k(f)|^2 - \Psi_0}{|G_k(f)|^2} \quad (21)$$

und

$$\Psi_{\text{sopt}12}(f) = \Psi_{\text{max}} - \Psi_{n12}(f) = \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_F(f) \cdot G_k(f)|^2 - \Psi_0}{|G_F(f) \cdot G_k(f)|^2} \quad (22)$$

zu erhalten, müssen nach den vorhergehenden Überlegungen entsprechend dem Waterfilling-Verfahren zwei (verbundene) „Badewannen“ so gefüllt werden, dass sich ein über alle Badewannen gleicher Pegelstand Ψ_{max} ergibt (s. Bild 2) [11], da die Konstante, zu der sich jeweils optimales Sendeleistungsdichtespektrum und äquivalentes Störleistungsdichtespektrum additiv ergänzen, für beide Fälle nach (15) und (16) gleich ist. Im Bereich positiver Frequenzen hat nach Bild 2 das äquivalente Störleistungsdichtespektrum $\Psi_{n11}(f)$ des direkten Pfades einen Schnittpunkt bei B_{11} und das Störleistungsdichtespektrum $\Psi_{n12}(f)$ des Fernnebensprechpfades zwei Schnittpunkte bei B_{u12} und B_{o12} mit der konstanten Leistungsdichte Ψ_{max} . Die Kanalkapazitäten können dann mit (2), (3) sowie (4) und (21), (22) auch als

$$C_{11} = \int_0^{B_{11}} \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_0} \right) df \quad (23)$$

und

$$C_{12} = \int_{B_{u12}}^{B_{o12}} \text{ld} \left(1 + \frac{\Psi_{\text{max}} \cdot |G_F(f) \cdot G_k(f)|^2 - \Psi_0}{\Psi_0} \right) df \quad (24)$$

geschrieben werden. Der Parameter Ψ_{max} und die Grenzfrequenzen B_{11} , B_{u12} und B_{o12} werden nach dem Waterfilling-Verfahren über die Auswertung von

$$P_s = P_{s11} + P_{s12} \quad (25)$$

mit

$$P_{s11} = 2 \left[\Psi_{\max} \cdot B_{11} - \int_0^{B_{11}} \Psi_{n11}(f) df \right] \quad (26)$$

und

$$P_{s12} = 2 \left[\Psi_{\max} \cdot (B_{o12} - B_{u12}) - \int_{B_{u12}}^{B_{o12}} \Psi_{n12}(f) df \right] \quad (27)$$

bei gegebener Sendeleistung P_s bestimmt. Die Beziehungen für die Teilsendeleistungen P_{s11} und P_{s12} entstehen nach Bild 2 jeweils aus dem durch Ψ_{\max} und den Frequenzgrenzen aufgespannten Rechteck abzüglich der Fläche unterhalb der jeweiligen äquivalenten Rauschleistungsdichte innerhalb der Frequenzgrenzen.

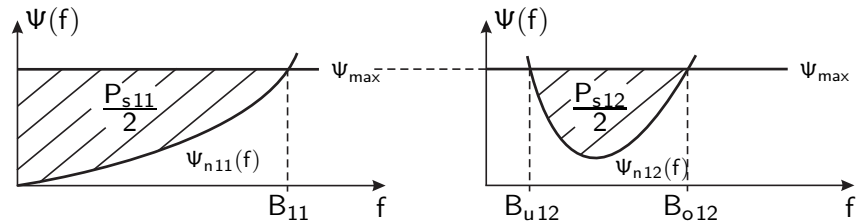


Bild 2. Zur Berechnung der Kanalkapazität bei Ausnutzung eines Fernnebensprechweges

Nun wird die Betrachtung gegenüber Bild 1 auf die Auswertung von $n_F = N - 1$ Fernnebensprechpfaden erweitert (mit $N > 2$), d. h. es wird nicht nur ein Fernnebensprechpfad zusätzlich zum direkten Übertragungspfad (in einem Sternvierer) ausgewertet, sondern es werden Kabelbündel mit mehreren Aderpaaren (Grund- und Hauptbündel) betrachtet und es werden die auf allen n_F Fernnebensprechpfaden übergekoppelten Signalanteile mit in die Auswertung einbezogen. Dann stehen die mit „12“ indizierten Größen nicht mehr nur für einen Nebensprechpfad sondern für die Gesamtheit aller (betrachteten) Fernnebensprechpfade, wobei in Analogie zur Vorgehensweise bei der Berechnung der Kanalkapazität bei Nebensprechstörungen die Fernnebensprechkopplungskonstante nach [6] modifiziert wird. Die Kanalkapazität eines symmetrischen Leiterpaares innerhalb eines mehrpaarigen Kupferkabels bei Ausnutzung der über die Fernnebensprechwege in benachbarte Aderpaare eingekoppelten Signalanteile hängt über die Frequenzgänge für den Nutzsignal- und den Fernnebensprechpfad ($G_k(f)$, $G_F(f)$) von den Kabeleigenschaften und darüber hinaus von der mittleren Sendeleistung P_s sowie von der Leistungsdichte Ψ_0 des weißen Rauschens ab. Die Kanalkapazität wird erreicht, wenn die Sendeleistungsdichtespekten nach (21) und (22) an die Kabel- und die

Fernnebensprechübertragungsfunktion angepasst und die Sendeleistung auf den direkten Pfad und die Fernnebensprechpfade aufgeteilt wird.

In Bild 3 und Bild 4 sind die Kanalkapazitätskurven für Sternvierer sowie Grund- und Hauptbündel in Abhängigkeit von der Kabellänge jeweils für kurze ($l = 0,1 \dots 1 \text{ km}$) und für längere ($l = 1 \dots 10 \text{ km}$) Kabel für den Fall dargestellt, dass bei Einspeisung in ein Aderpaar zusätzlich zum direkten Nutzsinalpfad die über die Fernnebensprechpfade auf allen $N = n_F + 1$ Aderpaaren eines Bündels am Empfänger eintreffenden Signalanteile ausgenutzt werden. Als Vergleich ist

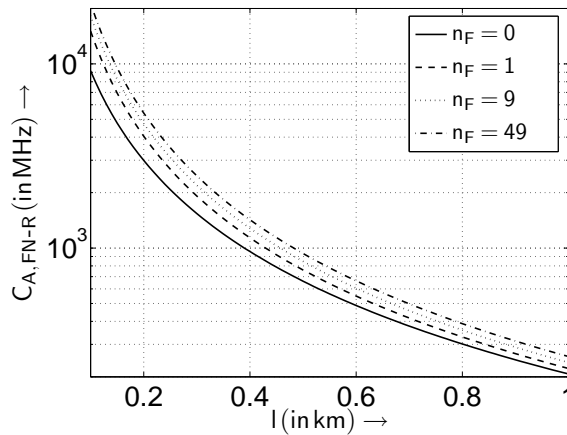


Bild 3. Kanalkapazität $C_{A, FN-R}$ in Abhängigkeit von der Kabellänge ($l = 0,1 \dots 1 \text{ km}$) für verschiedene Fernnebensprechkonstellationen

die Kanalkapazitätskurve für den Fall mit eingetragen, dass nur Rauschstörungen vorhanden sind und kein Fernnebensprechen auftritt: Dann sind keine zusätzlichen Übertragungswege durch Fernnebensprechen nutzbar bzw. störend (z. B. bei perfekter Schirmung der Einzelpaare).

Es wird deutlich, dass insbesondere bei sehr kurzen Kabeln die Kanalkapazität durch die Ausnutzung der Fernnebensprechpfade stark gegenüber der Kanalkapazität eines einzelnen Aderpaares bei weißen, gaußverteilten Rauschstörungen gesteigert werden kann. Bei langen Kabeln ist die Kapazitätsreserve, die durch Ausnutzung des Fernnebensprechens erschlossen werden kann, nicht sehr groß; mit weiter zunehmender Kabellänge verschwindet sie nahezu. Je mehr Fernnebensprechpfade genutzt werden, desto größer ist der Beitrag der Fernnebensprechpfade zur Kapazität und desto mehr nimmt die Kanalkapazität zu.

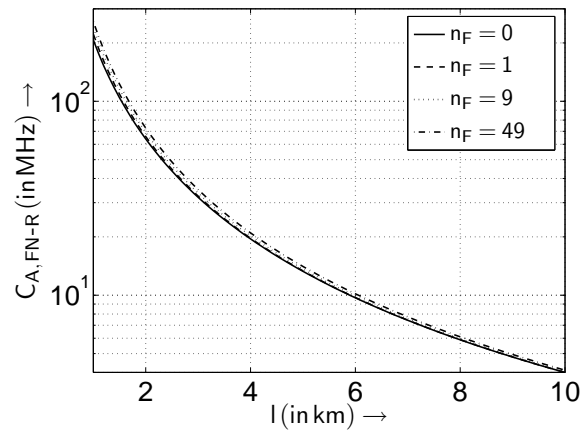


Bild 4. Kanalkapazität $C_{A, FN-R}$ in Abhängigkeit von der Kabellänge ($l = 1 \dots 10 \text{ km}$) für verschiedene Fernnebensprechkonstellationen

3 Kanalkapazität von Kabelbündeln bei Fernnebensprechen

Bisher wurde die Kanalkapazität eines Aderpaares bei Störung durch Rauschen und Nebensprechen – also eines Systems mit einem Eingang und einem Ausgang (SISO) – berechnet; anschließend wurde die Kanalkapazität eines Aderpaares bei Ausnutzung des Fernnebensprechens – also eines Systems mit einem Eingang und mehreren Ausgängen (SIMO) – bestimmt. In diesem Abschnitt wird untersucht, wie sich die Kanalkapazität verhält, wenn nicht mehr die Einzelpaare den Übertragungskanal bilden, sondern das gesamte Kabel bzw. Kabelbündel als Übertragungsmedium mit mehreren Ein- und Ausgängen (MIMO-System) betrachtet wird. Es wird dazu ein unidirektional betriebenes Kabel vorausgesetzt, so dass lediglich das Fernnebensprechen zu berücksichtigen ist. Dabei werden die bisher betrachteten Fälle unterschieden: Bezug nehmend auf die Ergebnisse aus [6] wird die Kanalkapazität von Kabelbündeln angegeben, wenn das Fernnebensprechen als Störung aufgefasst wird und es wird die Kanalkapazität dafür berechnet, wenn das Fernnebensprechen ausgenutzt wird und somit auch die Übersprechbeziehungen mit als Nutzübertragung ausgewertet werden.

Im Fall der (herkömmlichen) Betrachtung des Fernnebensprechens als Störung ist dabei ein Empfänger je Aderpaar notwendig, der die auf dem jeweiligen Aderpaar eintreffenden Signale empfängt. Soll das Nebensprechen zwischen den Aderpaaren mit als Nutzsignal ausgewertet werden, ist dagegen ein Empfänger erforderlich, der auf die Ausgänge aller Aderpaare eines Bündels Zugriff hat und die einzelnen eintreffenden Signalanteile auswerten und den zugehörigen Aderpaaren zuordnen kann. Fragen zur praktischen Realisierung eines solchen Empfängers sol-

len in diesem Beitrag nicht näher untersucht werden. So soll z. B. die Frage der Trennung der Signale bei mehreren aktiv benutzten Eingängen der Aderpaare eines Bündels nicht näher analysiert werden. Vielmehr steht die Ermittlung einer informationstheoretischen Grenze für die erreichbare Informationsrate im Mittelpunkt des Interesses.

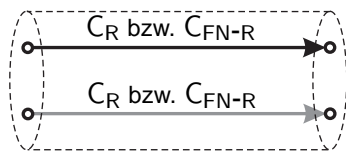
3.1 Grundlagen

In einem (fiktiven) Kabelbündel mit perfekt einzeln geschirmten Aderpaaren besitzt nach [6] jedes Aderpaar die Kanalkapazität C_R . Da bedingt durch die Schirmung keine Beeinflussungen durch Nebensprechen zwischen den einzelnen Aderpaaren bestehen, sind die einzelnen Aderpaare unabhängig und es gilt für die Kapazität eines aus N Aderpaaren bestehenden Bündels entsprechend Bild 5

$$C_R^B = N \cdot C_R \quad . \quad (28)$$

In der Praxis werden wegen des hohen Aufwandes derartige Kabelbündel mit einzeln geschirmten Aderpaaren in der Regel nicht verwendet: Es bestehen Kopplungen durch Fernnebensprechen zwischen den Aderpaaren eines Bündels. Zur Berechnung der Kapazität von Kabelbündeln bei Berücksichtigung des Fernnebensprechens werden wieder die zwei Fälle Fernnebensprechstörung und Ausnutzung des Fernnebensprechens unterschieden.

Rausch- bzw. Fernnebensprechstörung



Fernnebensprechausnutzung

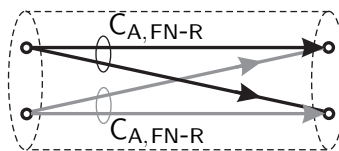


Bild 5. Zur Kapazität von Kabelbündeln (Beispiel: $N = 2$)

Wird das Fernnebensprechen als Störung betrachtet, so wird jedes Aderpaar im Kabelbündel weiterhin als SISO-System betrachtet, wobei nun eine zusätzliche Störung durch das Fernnebensprechen von den anderen Aderpaaren innerhalb des Bündels auftritt. Jedes durch Fernnebensprechen gestörte Aderpaar hat nach [6] die Kanalkapazität C_{FN-R} und man erhält

$$C_{FN-R}^B = N \cdot C_{FN-R} \quad (29)$$

als Kanalkapazität eines aus N Aderpaaren bestehenden Kabelbündels bei Fernnebensprechstörung (s. Bild 5). Für die Berechnung der Kapazität eines N -paarigen

Bündels ist die Einzelkapazität $C_{\text{FN-R}}$ jeweils unter Berücksichtigung von $n_{\text{F}} = N - 1$ störenden Aderpaaren zu ermitteln.

Um die Kanalkapazität eines Kabelbündels bei Ausnutzung des Fernnebensprechens zu berechnen, wird der Kanal von jedem einzelnen Eingang zu jeweils allen N Ausgängen der Aderpaare des Bündels als SIMO-Kanal betrachtet. Die Kapazität jedes dieser SIMO-Kanäle $C_{\text{A, FN-R}}$ wird nach (1), (23) und (24) berechnet. In einem Bündel mit N Aderpaaren existieren – ausgehend von den N Eingängen der Aderpaare – N solcher SIMO-Kanäle mit der Kanalkapazität $C_{\text{A, FN-R}}$ (s. Bild 5) und es ergibt sich die Gesamt-Kanalkapazität eines aus N Aderpaaren bestehenden Kabelbündels bei Ausnutzung des Fernnebensprechens zu

$$C_{\text{A, FN-R}}^{\text{B}} = N \cdot C_{\text{A, FN-R}} \quad . \quad (30)$$

Zur Berechnung der Kanalkapazitäten $C_{\text{A, FN-R}}$ der einzelnen SIMO-Kanäle in einem N -paarigen Bündel ist die Ausnutzung von jeweils $n_{\text{F}} = N - 1$ Fernnebensprechwegen zu berücksichtigen.

3.2 Ergebnisse

In Bild 6 sind die Gesamt-Kanalkapazitäten von Kabelbündeln für die beiden Fälle Störung durch Fernnebensprechen und Ausnutzung des Fernnebensprechens gemeinsam mit der Gesamt-Kanalkapazität von Bündeln perfekt geschirmter Aderpaare bei reiner Rauschstörung für verschiedene Fernnebensprechkonstellationen (Sternvierer, Grundbündel, Hauptbündel) dargestellt. Der Längenbereich wurde auf $l = 0,1 \dots 2$ km begrenzt, da das Fernnebensprechen nach [6] und den Ergebnissen aus den vorhergehenden Abschnitten insbesondere bei kurzen Kabeln eine signifikante Wirkung entfaltet. Durch die Ausnutzung des Fernnebensprechens und damit der Kopplungen zwischen den Aderpaaren lässt sich schon gegenüber (fiktiven) Bündeln mit perfekt geschirmten und damit unabhängigen Aderpaaren ein Gewinn in der Kapazität erzielen, wenn ganze Kabelbündel als Übertragungsmedien mit mehreren Ein- und Ausgängen betrachtet werden. Von praktischem Interesse ist jedoch nicht der Gewinn, der gegenüber Bündeln mit perfekt geschirmten Aderpaaren erzielt werden kann (da eine solche Schirmung jedes Aderpaares in den allermeisten Fällen nicht vorhanden ist), sondern die gegenüber der Gesamt-Kanalkapazität bei Fernnebensprechstörung erreichbare Verbesserung. Insbesondere bei kurzen Kabeln fällt die Steigerung der Kanalkapazität bei Ausnutzung des Fernnebensprechens gegenüber der (herkömmlichen) Betrachtungsweise und praktischen Nutzung mit Fernnebensprechen als Störung sehr hoch aus und nimmt mit zunehmender Anzahl der in einem Bündel zusammengefassten Aderpaare zu. Dieser Gewinn bei der Ausnutzung des Fernnebensprechens wird dadurch verursacht, dass einerseits Nutzsignalanteile, die auf benachbarte Aderpaare ausgekoppelt werden,

nun verwertet werden können und dass andererseits das von anderen Aderpaaren eingekoppelte Fernnebensprechen nicht mehr als Störung wirkt.

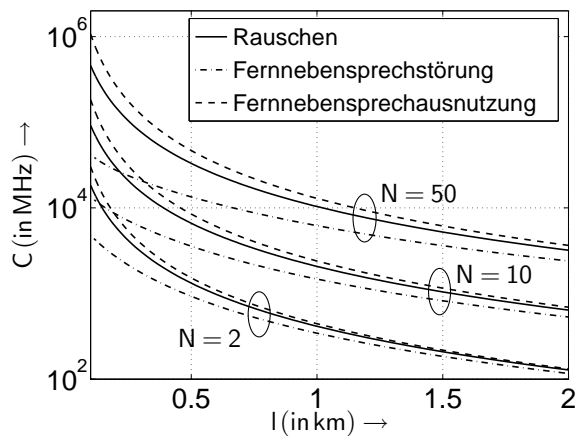


Bild 6. Vergleich der Gesamt-Kanalkapazitäten C von Kabelbündeln bei Fernnebensprechstörung und bei Ausnutzung des Fernnebensprechens in Abhängigkeit von der Kabellänge l

3.3 Ergebnisse für ausgewählte Kabellängen

Die Bilder 7 und 8 zeigen die Kanalkapazitäten der betrachteten Kabelbündel für zwei beispielhafte Kabellängen im linearen Maßstab. Dabei sind jeweils die Kapazitätswerte für Fernnebensprechstörung, reine Rauschstörung und Ausnutzung des Fernnebensprechens für ein und dasselbe Bündel gruppiert dargestellt. Es ist erkennbar, dass insbesondere bei Bündeln mit vielen Aderpaaren (z. B. Hauptbündel) und bei sehr kurzen Kabeln (z. B. $l = 0,4$ km, Bild 7) eine sehr große Kapazitätsreserve durch die Ausnutzung der gegenseitigen Fernnebensprechbeziehungen erschlossen werden kann, die bisher weitgehend ungenutzt bleibt. Selbst bei dem relativ langen Kabel (z. B. $l = 2,0$ km) in Bild 8 ist die Kapazitätsreserve des Hauptbündels ($N = 50$) noch beachtlich. Die Kapazitätsgewinne bei Ausnutzung des Fernnebensprechens gegenüber der Kapazität von Kabelbündeln bei Fernnebensprechstörung sind in allen dargestellten Fällen deutlich erkennbar: So ist beispielsweise bei einem Kabel der Länge $l = 0,4$ km eine Steigerung der Kapazität von ca. 83% im Sternvierer und sogar von ca. 333% im Hauptbündel zu erwarten. Bei einer Kabellänge von $l = 2,0$ km liegen die prozentualen Steigerungen immer noch im Bereich von 13% (Sternvierer) bis 52% (Hauptbündel). Gegenüber der Kapazität von (fiktiven) Bündeln mit geschirmten Einzelpaaren können durch Ausnutzung des Fernnebensprechens insbesondere für $l = 2$ km (Bild 8) bei Bündeln

mit kleinen Paaranzahlen ($N = 2$ und $N = 10$) kaum signifikante Gewinne erwartet werden.

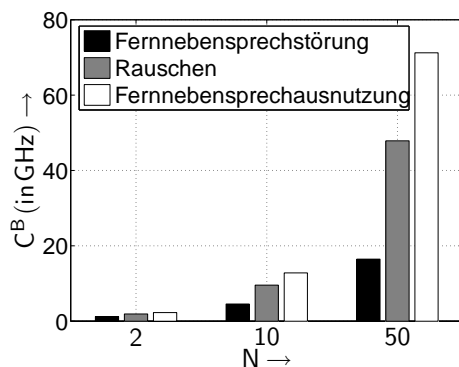


Bild 7. Vergleich der Gesamt-Kanalkapazitäten beispielhafter Kabelbündel bei $l = 0,4$ km

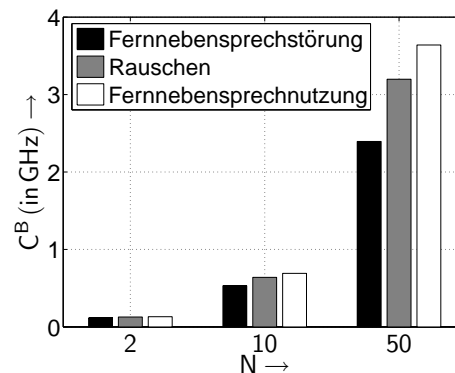


Bild 8. Vergleich der Gesamt-Kanalkapazitäten beispielhafter Kabelbündel bei $l = 2,0$ km

4 Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wurde die Kanalkapazität von Aderpaaren und Kabelbündeln für unidirektional betriebene Kabel berechnet, wenn die Fernnebensprechwege mit als zusätzliche Nutzsignalübertragungswege aufgefasst werden. Gegenüber der herkömmlichen Betrachtungsweise wurde der Blickwinkel verändert und es wurden die über die Fernnebensprechwege übertragenen Signalanteile nicht mehr – wie im ersten Teil des Beitrages – als Störung aufgefasst, sondern mit als Teile des Nutzsignals, die von einem Empfänger zusätzlich zum direkt übertragenen Signal ausgewertet werden können. Dies führte zu einer Betrachtung ganzer Kabelbündel als Übertragungskanäle mit mehreren Ein- und Ausgängen. Es zeigte sich, dass die Kapazität von Kabelbündeln bei Ausnutzung der Fernnebensprechwege gegenüber der Kapazität von Bündeln mit unabhängigen (perfekt geschirmten) Einzelpaaren und noch mehr gegenüber der (praktisch interessierenden) Kapazität von Kabelbündeln bei Fernnebensprechstörungen gesteigert werden kann. Die erzielbaren Kapazitätsgewinne fallen insbesondere für kurze Kabel wegen der mit steigender Kabellänge abnehmenden Wirkung des Fernnebensprechens besonders deutlich aus.

Ein praktischer Nutzen erscheint insbesondere vor dem Hintergrund erzielbar, dass derzeit und zukünftig optische Übertragungsstrecken bis zu Kabelverzweigern relativ dicht an den Teilnehmeranschluss herangeführt werden, z. B. bis in den Hauseingang von Büro- und Wohngebäuden. Die letzte, relativ kurze Strecke vom

Kabelverzweiger (z. B. innerhalb des Hauses) bis zum Teilnehmer wird durch Kupferkabel überbrückt, deren Kapazität sich durch Ausnutzung des Fernnebensprechens besonders für diese benötigten kleinen Längen (z. B. einige Hundert Meter) signifikant steigern ließe.

Danksagung

Die Verfasser danken Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. R. Kohlschmidt und Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Rockmann von der Universität Rostock für zahlreiche interessante Diskussionen und wertvolle Hinweise.

Literatur

- [1] C. Lange and A. Ahrens, "Channel Capacity of Twisted Wire Pairs in Multi-Pair Symmetric Copper Cables." in *Fifth International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS)*, Bangkok (Thailand), Dec. 6–9, 2005, pp. 1062–1066.
- [2] A. Ahrens and C. Lange, "Channel Capacity of Twisted Pair Copper Cables Influenced by Far-End Crosstalk." in *International Conference on Advances in the Internet, Processing, Systems, and Interdisciplinary Research (IPSI)*, New York (USA), Jan. 5–8, 2006.
- [3] H.-W. Wellhausen, "Eigenschaften des Übertragungskanal „symmetrisches Leiterpaar“," *Kleinheubacher Berichte*, vol. 32, pp. 545–554, 1989.
- [4] W. Klein, *Die Theorie des Nebensprechens auf Leitungen*. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 1955.
- [5] H. Kaden, "Das Nebensprechgeräusch bei der Datenübertragung auf Leitungen," *Archiv der elektrischen Übertragung (A.E.Ü.)*, vol. 18, no. 2, pp. 77–86, Feb. 1964.
- [6] C. Lange and A. Ahrens, "Kanalkapazität vielpaariger symmetrischer Kupferkabel, Teil I: Nebensprechen als Störung," *Facta Universitatis, Ser.: Elec. and Energ.*, vol. 19, no. 3, pp. 337–354, Dec. 2006. [Online]. Available: <http://factae.elfak.ni.ac.yu/fu2k63/lange.html>
- [7] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 1, pp. 379–423 und 623–656, July/Oct. 1948.
- [8] G. Söder and K. Tröndle, *Digitale Übertragungssysteme – Theorie, Optimierung und Dimensionierung der Basisbandsysteme*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1985.
- [9] H.-W. Wellhausen, "Kanalkapazität metallener Leiterpaare moderner Kabel und erreichbare Übertragungskapazität," *Frequenz*, vol. 40, no. 3, pp. 60–66, 1986.
- [10] I. Kalet and S. Shamai (Shitz), "On the Capacity of a Twisted-Wire Pair: Gaussian Model," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 3, pp. 379–383, Mar. 1990.
- [11] R. Matzner, "Der Kapazitätsgewinn durch die ganzheitliche Beschreibung von Kabelbündeln und seine technische und ökonomische Nutzbarkeit," Dissertation, Universität der Bundeswehr, München, Apr. 2000.
- [12] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas," *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311–335, 1998.

- [13] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [14] M. Chouayakh, A. Knopp, and B. Lankl, "On the Boundaries of the MIMO-Channel-Capacity with a Focus on Line-of-Sight-Connections," *Facta Universitatis*, vol. 17, no. 2, pp. 185–197, Aug. 2004. [Online]. Available: <http://factae.elfak.ni.ac.yu/fu2k43/3lankl.html>
- [15] I. N. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, 20th ed. Moskau; Leipzig: Nauka; BSB B. G. Teubner, 1981.
- [16] J. C. Clegg, *Variationsrechnung*. Stuttgart: B. G. Teubner, 1970.